# Primjena regresijske analize u ekonomiji na primjeru HP-Hrvatske pošte d.d.

**Telebar, Ivana**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Libertas International University / Libertas međunarodno sveučilište**

*Permanent link / Trajna poveznica:* https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:223:343983

*Rights / Prava:* In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-23**

*Repository / Repozitorij:*

Digital repository of the Libertas International University

**LIBERTAS MEĐUNARODNO SVEUČILIŠTE**
**ZAGREB**

**IVANA TELEBAR**

# DIPLOMSKI RAD

# PRIMJENA REGRESIJSKE ANALIZE U EKONOMIJI NA PRIMJERU HP-HRVATSKE POŠTE D.D.

**Zagreb, listopad 2020.**

**LIBERTAS MEĐUNARODNO SVEUČILIŠTE**
**ZAGREB**

**DIPLOMSKI SVEUČILIŠNI STUDIJ**
**POSLOVNA EKONOMIJA I GLOBALIZACIJA**

# PRIMJENA REGRESIJSKE ANALIZE U EKONOMIJI NA PRIMJERU HP-HRVATSKE POŠTE D.D.

# APPLICATION OF REGRESSION ANALYSIS IN ECONOMICS; EXAMPLE OF CROATIAN POST

**KANDIDAT: Ivana Telebar**
**MENTOR: prof. dr. sc. Duško Pavlović**

**Zagreb, listopad 2020.**

SADRŽAJ

SAŽETAK ..... I
1. UVOD ..... 1
1.1. Predmet i ciljevi rada ..... 1
1.2. Hipoteza rada ..... 2
1.3. Metode istraživanja ..... 2
1.4. Struktura rada ..... 3
2. OSNOVNI POJMOVI ..... 4
2.1. HP-Hrvatska pošta d.d. ..... 4
2.2. Apsentizam ..... 4
2.3. Rezerviranja ..... 5
3. METODOLOGIJA ..... 7
3.1. Model jednostavne linearne regresije ..... 12
3.1.1. Pokazatelji reprezentativnosti modela jednostavne linearne regresije ..... 16
3.1.2. Prognostički trend-modeli; linearni trend ..... 20
3.2. Model nelinearne regresije; polinomna regresija drugog stupnja ..... 23
3.2.1. Pokazatelji reprezentativnosti polinomnog modela drugog stupnja ..... 25
4. ANALIZA PODATAKA ..... 28
4.1. Regresijska analiza u MS Excelu ..... 47
5. IZRAČUN I POJAŠNJENJE REZULTATA ..... 57
ZAKLJUČAK ..... 66
LITERATURA ..... 69
POPIS TABLICA ..... 71
POPIS SLIKA ..... 72
POPIS DIJAGRAMA ..... 73
ŽIVOTOPIS ..... 74

*SAŽETAK*

Regresijska analiza predstavlja koristan alat u predikciji budućih događaja temeljem kojeg je poslovnim subjektima olakšano donošenje kvalitetnijih poslovnih odluka. Sve složeniji poslovni sustavi, globalizacija i nepredvidivost koja predstavlja najvažnije obilježje svijeta zahtijevaju alate i modele koji su u mogućnosti barem približno opisati buduće događaje te minimalizirati poslovne rizike i smanjiti neizvjesnost na najmanju moguću mjeru. Sve što pripada kategoriji neočekivanog, gura poduzeće u pravcu premašivanja troškova, stoga kvalitetno predviđanje predstavlja osnovu uspješnosti svakog poslovnog sustava.

*Ključne riječi: HP-Hrvatska pošta d.d., regresijska analiza, aktuaristika, izostanci, financijski aspekti izostanaka, varijable, koeficijenti, reziduali*

*SUMMARY*

Regression analysis is an useful tool in prediction of future events, which facilitates better quality business decision making among business entities. Increasingly complex business systems, globalization as well as unpredictability, which represent the most important characteristic of the world, require tools and models capable of approximate description of future events, minimizing business risks and reducing the uncertainty to a minimum. Everything that belongs to the category of uncertainty pushes businesses towards exceeding the costs. For this reason, quality prediction belongs to the core of business success in any business system.

*Key words: Croatian post, regression analysis, actuarial mathematics, absences, financial aspects of absences, variables, coefficient, residuals*

# 1. UVOD

Za procjenu rizika i smanjivanje financijske neizvjesnosti koriste se različita aktuarska mjerenja i modeli s područja matematike, statistike i teorije vjerojatnosti. Aktuarska struka, iako relativno nepoznata široj javnosti, donosi odluke koje izravno utječu na poslovanje poduzeća, na način da analizom podataka iz prošlosti i primjenom odgovarajućih modela, procjenjuje moguće rizike, troškove i ishode budućih poslovnih događaja.

Regresijska analiza predstavlja jedan od modela aktuarskih mjerenja i predviđanja, koji poduzeća koriste radi procjene troškova i prognoziranja budućih događaja, a sve u svrhu kvalitetnijeg poslovanja poduzeća.
Smatra se da je koncept regresijske analize utemeljio sir Francis Galton, znanstvenik iz 19. stoljeća, koji je vjerovao da su karakter i inteligencija određeni genima, pa je svoja vjerovanja nastojao potvrditi proučavanjem nasljeđivanja u biologiji. Istraživao je odnos i vezu između visine roditelja i njihove djece, a taj odnos slikovito je prikazao pravcem koji je nazvao *pravac regresije.* Svoja opažanja objavio je 1886. godine u članku pod nazivom „Regresija na sekundarno nasljedstvo“, gdje je predstavio svoje eksperimente i mjerenja nekoliko generacija roditelja i djece.

Općenito, danas se regresijska analiza smatra najčešće korištenom metodom u empirijskim istraživanjima, a njezinim tehnikama omogućeno je kvantitativno izražavanje zavisnosti između dvije ili više pojava te prognoziranje trendova u budućnosti. U ovom radu regresijska analiza koristit će se u svrhu analize trenda kretanja godišnjih odmora, bolovanja, plaćenih dopusta i slobodnih dana na primjeru HP-Hrvatske pošte d.d.

## 1.1. Predmet i ciljevi rada

Predmet istraživanja rada sastoji se od definiranja najpovoljnijeg regresijskog modela za izračun i procjenu dana izostanaka zaposlenika u HP-Hrvatskoj pošti d.d., a sa ciljem definiranja broja ljudi koji bi u uvjetima korištenja godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta te odlazaka na bolovanja bio potreban kao zamjena za odsutne zaposlenike

te definiranja količine novčanih rezervacija kojima bi se pokrili troškovi navedenih izostanaka.

Definiranim predmetom i ciljevima rada pokušat će se odgovoriti na sljedeća istraživačka pitanja:

1. Kako testirati kvalitetu modela (koliko stvarni podaci odstupaju od modela)?
2. Kako koristiti model za procjenu očekivanog broja dana izostanaka u budućem razdoblju (prognostički model)?
3. S obzirom na činjenicu kako povećani broj izostanaka povećava trošak poslovanja poslodavca, kako formirati financijsku pričuvu za očekivanu odsutnost s posla?
4. Može li se formirati motivacijski model plaća zaposlenika kako bi se smanjio broj dana bolovanja, a s ciljem financijske uštede u poslovanju poslodavca?

## 1.2. Hipoteza rada

Temeljem definiranog predmeta rada, ciljeva i istraživačkih pitanja, postavljena je znanstvena hipoteza:

- matematičkim modeliranjem mogu se dobiti trendovi u kretanju broja dana izostanaka u HP-Hrvatskoj pošti d.d.

## 1.3. Metode istraživanja

Pri prikupljanju podataka korišteni su sekundarni izvori podataka, odnosno statistički podaci o poslovanju poduzeća te proučavanjem dostupne literature, pretežito domaćih autora te putem relevantnih internetskih stranica. Također, dio materijala je prikupljen metodom primarnih izvora podataka, odnosno razgovorom u poduzeću s relevantnim i odgovornim osobama za pojedina područja rada, a pogotovo za dio o procjeni potreba korištenja rada za pojedine poslovne segmente.

U svrhu ostvarenja ciljeva rada te dokazivanja hipoteze korištene su različite znanstvene metode, i to: metode sekundarnih istraživanja, metoda apstrakcije, metode deskripcije, metoda komparacije, klasifikacije, generalizacije i specijalizacije, indukcije i dedukcije te metode analize i sinteze. Korištenim znanstvenim metodama nastojala se postići sustavnost, preciznost, pouzdanost, objektivnost i općenitost otkrivenih spoznaja.

Prikupljeni podaci su obrađeni i prikazani tabelarnim i grafičkim prikazima putem brojčanih pokazatelja.
U analizi, formiranju i prezentaciji rezultata koristili su se sljedeći matematički modeli: jednostavna linearna regresija, prognostički trend-model, polinomna regresija drugog stupnja, Gauss-Jordanova metoda.

## 1.4. Struktura rada

Rad sačinjava šest međusobno povezanih cjelina: prvo poglavlje predstavlja uvod u kojem je definirana osnovna ideja aktuarstva i regresijske metode te predmet, ciljevi, istraživačka pitanja i znanstvena hipoteza rada.
Drugo poglavlje sažeto opisuje osnovne pojmove izostanaka; što je apsentizam u poslovnom okruženju te na koji način poduzeće mjeri i prikazuje financijske učinke izostanaka. Također je ukratko opisano ustrojstveno funkcioniranje HP-Hrvatske pošte d.d.
Metodologija je naslov trećeg poglavlja u kojem se detaljno opisuju matematički modeli linearne i polinomne regresije koji će se koristiti za procjenu dana izostanaka i visine potrebnih financijskih pričuva.
Četvrto poglavlje odnosi se na analizu podataka; metode objašnjene u trećem poglavlju ovdje se praktično primjenjuju, čime se testira kvaliteta modela i njegova primjenjivost u svrhu postizanja ciljeva ovoga rada.
Izračun i pojašnjenje rezultata odnosi se na peto poglavlje gdje su prezentirani rezultati istraživanja i analize.
U prvom dijelu šestog poglavlja – zaključka, autorica sažeto objašnjava na koji način se poduzeća nose s bolovanjima na primjeru HP-Hrvatske pošte d.d., a drugi dio obuhvaća najvažnije misli i zaključke proizašle iz istraživanja ovog rada.

# 2. OSNOVNI POJMOVI

## 2.1. HP-Hrvatska pošta d.d.

HP-Hrvatska pošta d.d. osnovana je 1999. godine kao samostalna tvrtka razdvajanjem javnog poduzeća HPT na dvije zasebne poslovne cjeline. Danas na tržištu poštanskih usluga sudjeluje s preko 80 % udjela i zapošljava više od 10000 ljudi. U vlasništvu je Republike Hrvatske, a temeljnu organizaciju čine Uprava Društva, Uredi podrške Uprave i četiri Divizije, ustrojene sa ciljem fokusiranja na pojedinačne proizvode i usluge.
Divizije su podijeljene po funkcijskom načelu, a najveća od njih, Divizija pošta, s više od 4000 zaposlenih, nositelj je niza djelatnosti. Njezin djelokrug rada obuhvaća, među ostalim, prodaju poštanskih usluga i praćenje trendova na domaćem i međunarodnom tržištu, suradnju sa stranim poštanskim upravama i međunarodnim institucijama, organizaciju i obavljanje međunarodnog poštanskog prometa, poslove carinjenja, usluge otpremništva (špedicije), razvoj novih tehnologija i standardizacije opreme, izradu politike cijena poštanskih usluga u unutrašnjem i međunarodnom prometu te mjerenje kvalitete poštanskih usluga.
Sastoji se od 12 sektora podijeljenih prema funkcijama, od kojih je najveći Sektor sortiranja, čiji se broj zaposlenih kreće između 900 i 1000. Poslovi Sektora sortiranja uključuju zaprimanje poštanskih pošiljaka od velikih korisnika, strojnu i ručnu obradu pošiljaka, usmjeravanje poštanskih pošiljaka i osiguravanje najbržih poštanskih tokova za neometano funkcioniranje poštanskog prometa.

Kako je Sektor sortiranja najveći i strateški jedna od najvažnijih organizacijskih jedinica Hrvatske pošte, regresijska analiza će se primijeniti za procjenu izostanaka i visine iznosa rezervacija za zaposlenike unutar tog Sektora.

## 2.2. Apsentizam

Apsentizam[1] predstavlja izostanak zaposlenika iz radnog procesa. Poznato je više vrsta izostanaka i svi oni različito utječu na organizaciju i troškove. Za svaku poslovnu organizaciju najpovoljniji su planirani izostanci jer se oni budžetiraju, poslovni procesi se prilagođavaju, a

[1] Apsentizam – engl. *absenteeism,* lat. *absens;* odsutan

za odsutne zaposlenike osigurane su zamjene. U planirane izostanke svrstavaju se godišnji odmori, praznici, slobodni dani i plaćeni dopusti, edukacije te različiti redoviti i specijalistički liječnički pregledi. Neplanirani izostanci imaju daleko nepovoljniji učinak jer predstavljaju događaj nepredvidivog vremena nastanka i trajanja te neizvjesnog ishoda. Imaju velik utjecaj na produktivnost i na organizacijsku kulturu općenito. Neplaniranim izostancima pripadaju bolovanja, udaljavanja s radnog mjesta u smislu sankcija, smrt u obitelji, selidbe, rođenje djeteta i slično.

Uzroci koji mogu pridonijeti izostanku zaposlenika su lošije zdravstveno stanje zaposlenika, alkoholizam, viša dob i radni staž, nezadovoljstvo poslom te različite obiteljske i životne krize. Međutim, i organizacijska razina, kao i makro razina mogu utjecati na izostanke iz radnih procesa. Tako će loši radni uvjeti, neadekvatna provedba zaštite na radu, sama priroda industrije, socijalna politika, ekonomska klima te različite klimatske promjene i epidemije imati snažan utjecaj na stopu izostanaka. Sve navedeno, za organizaciju može značiti više troškove rada, smanjenu konkurentnost i pogoršanje organizacijske kulture.

Kako bi organizacija učinkovito upravljala apsentizmom, nužno je da na vrijeme implementira potrebne alate za intervenciju i prevenciju izostanaka, kako bi mogla brzo i efikasno donositi odluke kada će to biti potrebno. Međutim, najvažniji korak su kontinuirani razgovori sa zaposlenicima neformalnim tonom i u sigurnom okruženju koji omogućavaju nadređenima da predvide moguću odsutnost radnika, pretvore neplanirani izostanak u planirani, ili da ga u potpunosti spriječe. Takvim se razgovorima mogu spriječiti ili barem umanjiti neželjene aktivnosti i potencijalni nesporazumi, a sve će to u konačnici pridonijeti smanjivanju ukupnih troškova izostanaka, podizanju razine zadovoljstva zaposlenika, povećanju ukupne efikasnosti rada te učinkovitijem planiranju potreba za radnom snagom u budućnosti.

## 2.3. Rezerviranja

Neke vrste obveza mogu se izmjeriti isključivo kroz znatan stupanj procjene i tada se takve obveze iskazuju kao rezerviranja. Rezerviranje je proces kojim se stavka uvrštava kao specifična obveza u bilanci ili kao rashod u računu dobiti i gubitka, a predstavlja novčani iznos po kojem će se obveza, odnosno rashod priznati kao element u bilanci i računu dobiti i gubitka.

Da bi se rezerviranje priznalo kao element u financijskim izvještajima, potrebno je zadovoljiti tri kriterija;

- mora postojati sadašnja obveza kao rezultat prošlog događaja,
- mora postojati vjerojatnost da će kod potencijalne obveze doći do odljeva resursa radi podmirenja obveze
- iznos izdatka se može pouzdano utvrditi *(Cindori, 2004;32-33).*

U konačnici, svako se mjerenje obveze treba svesti na utvrđivanje fer vrijednosti, odnosno iznosa koje bi poduzeće moglo objektivno platiti da podmiri obvezu na dan bilance. Sva precijenjena rezerviranja koja nisu u skladu sa Zakonom o računovodstvu i služe za umanjenje poslovnog rezultata porezno se ne priznaju.

Računovodstveno iskazivanje rezerviranja za zaposlenike definirano je Međunarodnim računovodstvenim standardom 19. Sukladno njemu, poslodavac je u mogućnosti svojim zaposlenicima platiti odsustvo s rada iz različitih razloga, kao što su npr. bolovanja, praznici, godišnji odmori, porodiljski dopusti, vojni rokovi i slično. U tom slučaju dužan je priznati očekivani trošak kratkoročnih primanja zaposlenika u obliku naknade za vrijeme odsustva.

# 3. METODOLOGIJA

Regresijska[2] analiza predstavlja matematičko-statistički postupak koji istražuje odnose između jedne zavisne ili kriterijske varijable i jedne ili više nezavisnih ili prediktorskih varijabli. Cilj takvoga istraživanja je utvrditi pokazatelje jakosti i statističke ovisnosti među varijablama. Oni mogu biti:

1. Deterministički ili funkcionalni – obilježje ovakve ovisnosti je postojanost i mogućnost analitičkog izražavanja jednadžbama i formulama, a svaka vrijednost jedne pojave odgovara određenoj vrijednosti druge pojave. Opći oblik ovakvog odnosa je:

$$Y=f(X)$$

2. Stohastički ili statistički – ovakvi odnosi su slabiji od determinističkih, jer vrijednost jedne varijable odgovara više vrijednosti druge varijable i takva odstupanja su češća u praksi. Ovaj odnos izražavamo kao:

$$Y=f(X) + e$$

gdje je:
*f(X)* – deterministička (funkcionalna) varijabla
*e* – stohastička komponenta koja predstavlja dio varijable *Y* koji nije objašnjen varijablom *X*.

Shodno tome, regresijska analiza predstavlja metodu kojom se određuje funkcija koja najbolje opisuje odnos među pojavama, a parametri takve funkcije se određuju na način da stohastička komponenta ***e*** bude što manja. Nakon što regresijskim tehnikama kvantitativno izrazimo korelaciju među varijablama, dobiveni model koristimo za predviđanje, prognoziranje i razumijevanje odnosa između nezavisnih i zavisnih varijabli.

Općenito, regresijske modele dijelimo na temelju sljedećih kriterija:

- prema broju nezavisnih varijabli na:

[2] lat. *regressio* – povratak, povlačenje, uzmak, nazadovanje

- jednostavne regresijske modele
- višestruke regresijske modele te

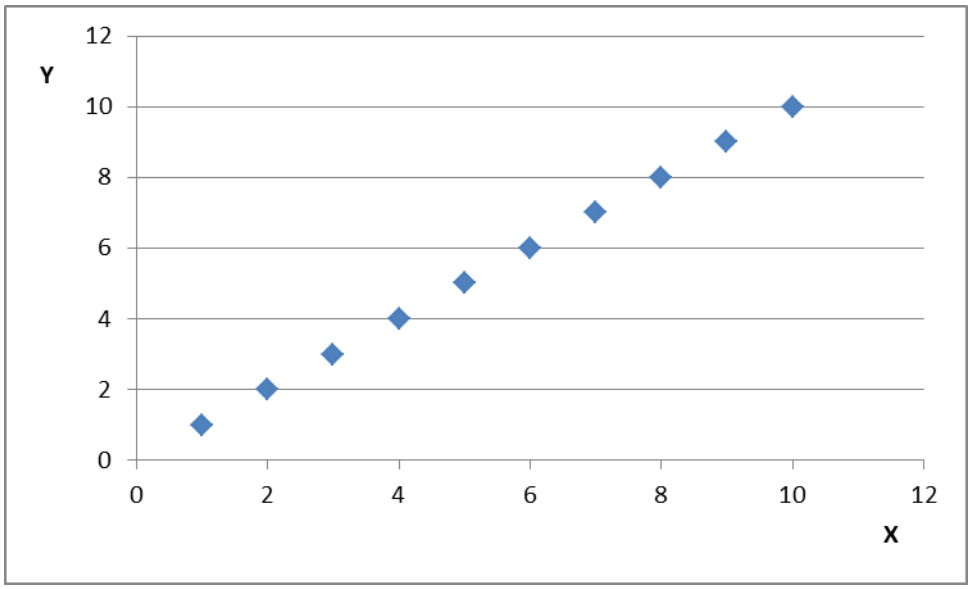
➢ prema odnosu između zavisne i nezavisnih varijabli na:

- linearne regresijske modele
- nelinearne regresijske modele *(Regresijska analiza – kvantitativne metode, url).*

U pravokutnom koordinatnom sustavu koristi se dijagram raspršenosti (engl. *scatter diagram*), kako bi se procijenila uzročno-posljedična veza među varijablama. Dijagram prikazuje parove vrijednosti dviju promatranih varijabli na način da je neovisna varijabla prikazana na horizontalnoj osi *X*, dok je ovisna, odnosno kriterijska varijabla prikazana na bočnoj, vertikalnoj osi *Y*.

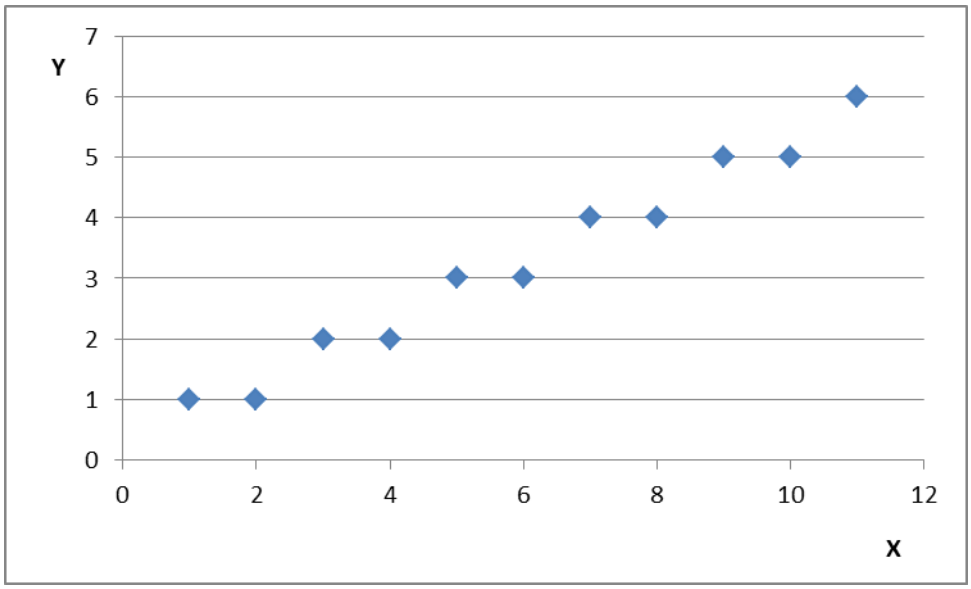
Sljedeći dijagrami prikazuju neke od mogućih veza između dvije promatrane varijable.

*Dijagram 1: Pozitivna deterministička veza*



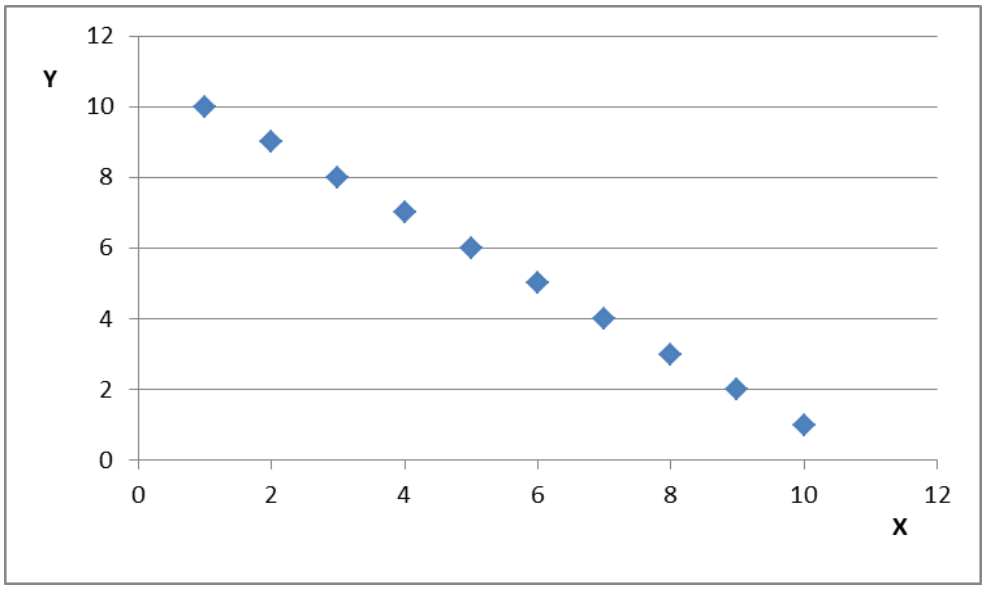

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 2: Pozitivna statistička veza*



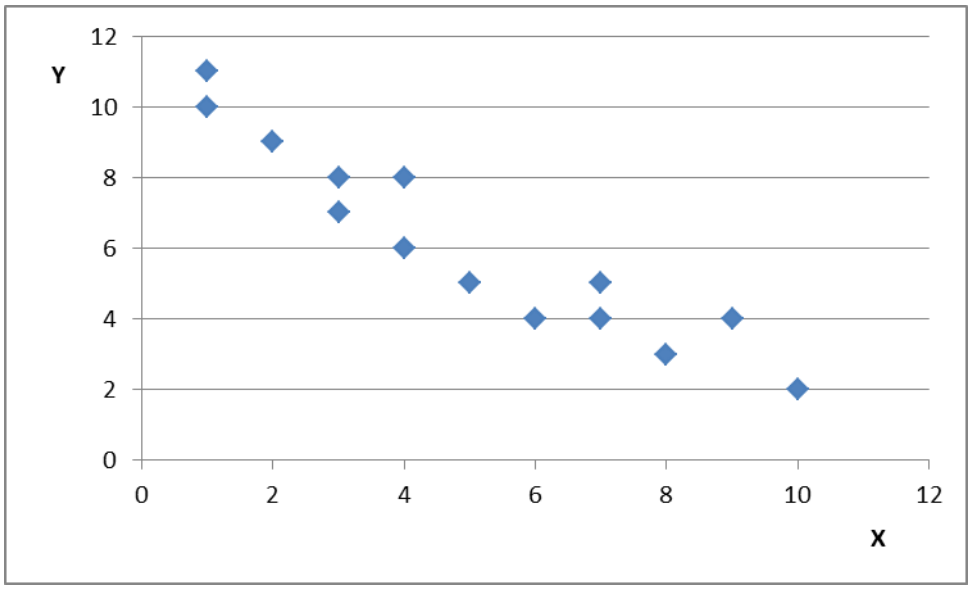

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 3: Negativna deterministička veza*



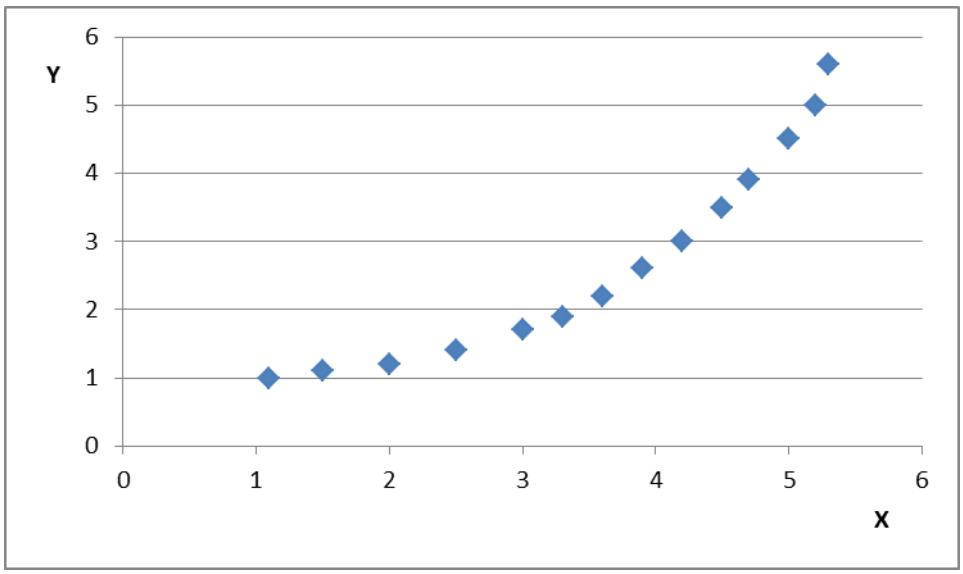

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 4: Negativna statistička veza*



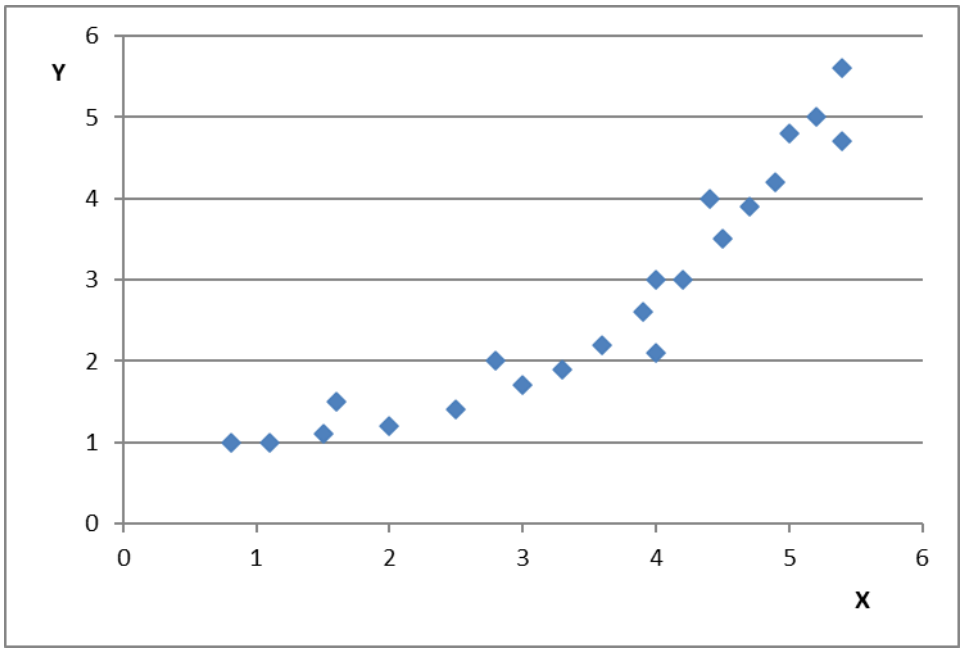

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 5: Pozitivna deterministička krivolinijska veza*



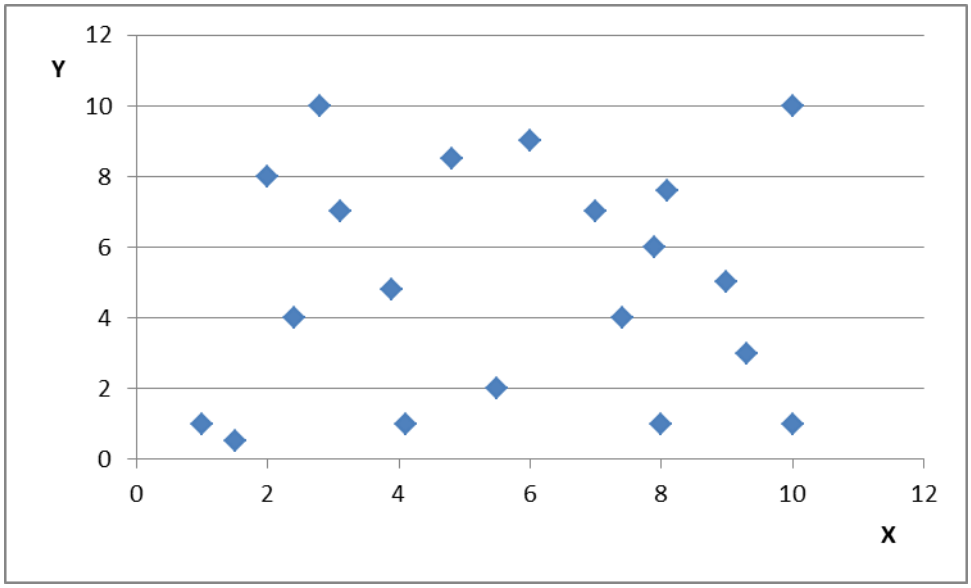

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 6: Pozitivna statistička krivolinijska veza*




*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 7: Ne postoji veza između pojava*




*Sistematizacija autorice*

## 3.1. Model jednostavne linearne regresije

Jednostavna linearna regresija spada u najpoznatije tehnike regresijske analize, pri čemu se regresijska funkcija određuje putem konačnog broja nepoznatih elemenata, a koji se procjenjuju na temelju podataka iz prošlosti. Glavno obilježje ove tehnike je ravnomjeran rast varijable *X* koje prati ravnomjeran rast ili pad varijable *Y*. Rezultat se izvodi na temelju niza mjerenja sparenih varijabli $(x_1, y_1)$,…..,$(x_n, y_n)$, pri čemu nezavisnu varijablu *X* označavamo s $x_1$,…….,$x_n$, dok varijablom $y_1$,…….$y_n$ obilježavamo odgovarajuće vrijednosti slučajnih varijabli $y_1$,…….$y_n$. Cilj ovakvog sparivanja je utvrditi odnos zavisne varijable o nezavisnoj, odnosno ustanoviti je li i u kojoj mjeri zavisna varijabla ovisna o nezavisnoj, prediktorskoj varijabli.

Relacija kojom definiramo matematički model jednostavne regresije glasi:

$$y_i = f(x_i) + e_i$$

pri čemu je:

$f(x_i)$ – realna funkcija varijable

$e_1$,……$e_n$ – dio varijance varijable *Y* koji nije objašnjen utjecajem varijable *X*; nepoznata komponenta greške, dodana na vezu.

Kada je riječ o jednostavnoj linearnoj regresiji, tada je graf funkcije f(x) pravac. Opća formula za pravac glasi:

$$f(x) = ax + b$$

gdje je:

*a* – koeficijent smjera pravca koji je pozitivan ako pravac raste, a negativan ako pravac pada.

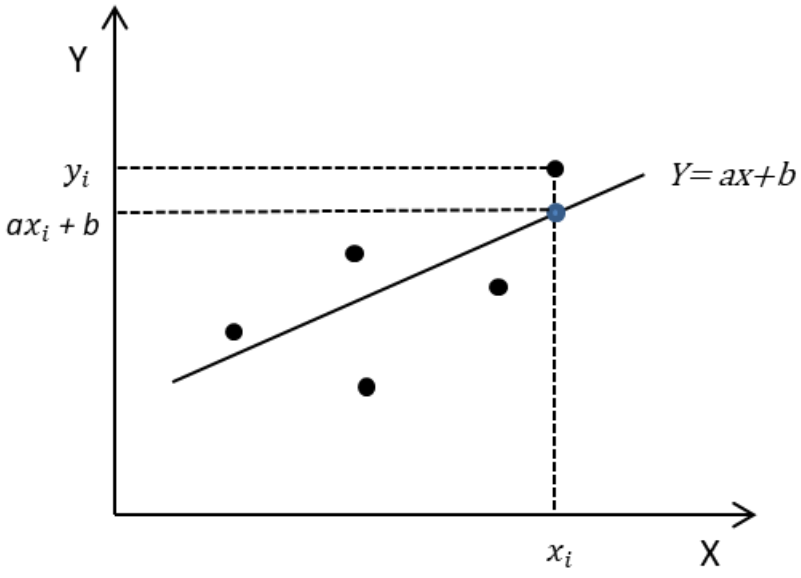
*b* – konstantni član koji pokazuje vrijednost zavisne varijable (*Y*), kada je vrijednost nezavisne varijable (*X*) nula.

Konačno, funkciju jednostavne linearne regresije zapisujemo u sljedećem algebarskom obliku:

$$y_i = ax_i + b + e_i$$

pri čemu član *a*, osim smjera pravca, predstavlja i regresijski koeficijent koji pokazuje prosječnu promjenu zavisne varijable *Y*, kada se nezavisna varijabla *X* poveća za jednu jedinicu mjerenja. Parametar *a*, zajedno s parametrom ***b*,** označava pretpostavljene veze koje treba procijeniti, a taj problem se identificira procjenom nepoznatog regresijskog pravca. Cilj je pronaći pravac koji najbolje aproksimira[3] skup točaka u dijagramu rasipanja. Pri tome je važno minimalizirati sumu kvadratnih odstupanja orginalnih od teoretskih vrijednosti, kako bi se izbjeglo poništavanje odstupanja zbog pozitivnosti i negativnosti.

*Slika 1: Pravac linearne regresije*




*Sistematizacija autorice*

Velikim slovom *S* označava se suma kvadratnih odstupanja orginalnih od regresijskih vrijednosti:

[33] *Aproksimirati* – utvrditi/utvrđivati gotovo posve točno ili sigurno; utvrditi/utvrđivati približno, odoka

$$S = \sum_{i=1}^{n} [(ax_i + b) - y_i]^2$$

Vrijednost gornjeg izraza ovisi o nepoznatim elementima *a* i *b*. Kako bismo identificirali spomenute vrijednosti, potrebno je zadovoljiti uvjet minimuma funkcije varijabli, i to izračunom parcijalnih derivacija prema varijablama *a* i *b*.

Prvi korak je sumu kvadratnih odstupanja derivirati po elementu *a* i izjednačiti s nulom.

$$\frac{dS}{da} = (\sum_{i=1}^{n} [(ax_i + b) - y_i]^2)'$$

$$\frac{dS}{da} = 2\sum_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i) \times x_i$$

$$\frac{dS}{da} = 0$$

Sređivanjem se dobiva vrijednost izraza:

$$a\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

Analogno, deriviranjem sume kvadratnih odstupanja po varijabli *b* te izjednačavanjem s nulom, dobiva se sljedeća vrijednost:

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} 1 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

Uvrštavanjem potrebnih vrijednosti i međuvrijednosti u dobivene jednadžbe, izračunava se vrijednost parametara *a* i *b*. Dobivenom formulom regresijskog pravca za svaku orginalnu vrijednost varijable $x_i$, izračunava se pripadajuća teorijska vrijednost varijable $y_i$.

Sljedeći način određivanja parametara *a* i *b* sastoji se u određivanju:

1. aritmetičke sredine varijabli $x_i$ i $y_i$;

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. srednjeg kvadratnog odstupanja varijable *x* od $\bar{x}$ i varijable *y* od $\bar{y}$;

$$Sx^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} ( x_i - \bar{x} )^2$$

$$Sy^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} ( y_i - \bar{y} )^2$$

3. uzročne kovarijance varijabli *x* i *y*;

$$Sy^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} ( y_i - \bar{y} )^2$$

Parametar *a* predstavlja omjer vrijednosti uzročne kovarijance varijabli *x* i *y* i srednjeg kvadratnog odstupanja varijable *x* od $\bar{x}$:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 - n\bar{x}^2}$$

Dobivanjem vrijednosti parametra *a*, lako će se izračunati parametar *b*, uvrštavanjem poznatih vrijednosti u jednadžbu pravca:

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Na taj način dobiva se formula pravca regresije, a uvrštavanjem poznatih vrijednosti varijable $x_i$ može se izračunati pripadajuća teorijska vrijednost varijable $y_i$ koja se obilježava simbolom $\hat{y}_i$.

Brži način dobivanja potrebnih parametara *a* i *b* podrazumijeva uvrštavanje vrijednosti i dobivenih međuvrijednosti direktno u jednadžbe za parametre:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \times \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n}(x_i{}^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \times \sum_{i=1}^{n}(x_i{}^2) - \sum_{i=1}^{n} x_i \times \sum_{i=1}^{n}(x_i y_i)}{n \sum_{i=1}^{n}(x_i{}^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

U konačnici, izračunavanjem teorijskih vrijednosti $\hat{y}_i$, koje je potrebno oduzeti od stvarnih vrijednosti varijable $y_i$, dobiva se niz vrijednosti odstupanja koje nazivamo rezidualima. Označavamo ih izrazom:

$$e = y_i - \widehat{y_i} = y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})$$

Reziduali predstavljaju odstupanje teorijskih vrijednosti od stvarnih vrijednosti varijable $y_i$, a njihova suma kvadrata predstavlja mjeru reprezentativnosti, odnosno, kvalitete modela.

$$\text{SSE (sum of squares of errors)} = \sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (\hat{a}x_i + \hat{b})\right]^2$$

$$\text{SSE} = \sum_{i=1}^{n} e_i{}^2$$

### 3.1.1. Pokazatelji reprezentativnosti modela jednostavne linearne regresije

Jedan od pokazatelja reprezentativnosti modela je *standardna greška (devijacija)* modela koja predstavlja prosječni stupanj raspršenosti (varijacije) stvarnih vrijednosti varijable, u

usporedbi s regresijskim, očekivanim vrijednostima. Označava se grčkim slovom sigma ($\sigma$), a izražava se na sljedeći način:

$$\hat{\sigma}_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} [y_i - (ax_i + b)]^2}$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

Omjer standardne devijacije regresije i aritmetičke sredine varijable *Y*, pomnožen sa 100, daje postotak standardne devijacije a naziva se *koeficijent varijacije regresije*. Zapisuje se u obliku:

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{\hat{\sigma}_{\hat{y}}}{\bar{Y}} \times 100$$

Vrijednost koeficijenta varijacije regresije kreće se u rasponu od 0 %, dok gornja granica raspona nije definirana. Međutim, u praksi je uobičajeno modele s vrijednosti do 10 % smatrati reprezentativnima. Što je koeficijent bliže nuli, to je model točniji.

*Pearsonov koeficijent linearne korelacije* predstavlja mjeru povezanosti dvije varijable, a izračunava se sljedećom relacijom:

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (x_i y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \times \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^{n} (x_i{}^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]} \times \sqrt{\left[n \sum_{i=1}^{n} (y_i{}^2) - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

U sljedećoj tablici prikazani su intervali vrijednosti koeficijenta linearne korelacije te njihova interpretacija:

*Tablica 1: Intenzitet povezanosti među varijablama*

| KOEFICIJENT KORELACIJE | INTENZITET POVEZANOSTI MEĐU VARIJABLAMA |
|---|---|
| r = 1 | potpuna korelacija |
| 0,8 ≤ r < 1 | jaka korelacija |
| 0,5 ≤ r < 0,8 | srednje jaka korelacija |
| 0,2 ≤ r < 0,5 | slaba korelacija |
| 0 < r < 0,2 | neznatna korelacija |
| r = 0 | odsutnost korelacije |

*Sistematizacija autorice prema Papić, 2014;132*

Predznak Pearsonovog koeficijenta ovisit će o predznaku koeficijenta *a*.

*Analiza odstupanja stvarnih vrijednosti od očekivanih regresijskih vrijednosti zavisne varijable* podrazumijeva raščlanjivanje ukupnih odstupanja (SST) na odstupanja protumačena modelom (SSR) i odstupanja neprotumačena modelom (SSE). Ova mjera prikazuje se izrazom:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SST = SSR + SSE$$

- pri čemu su:

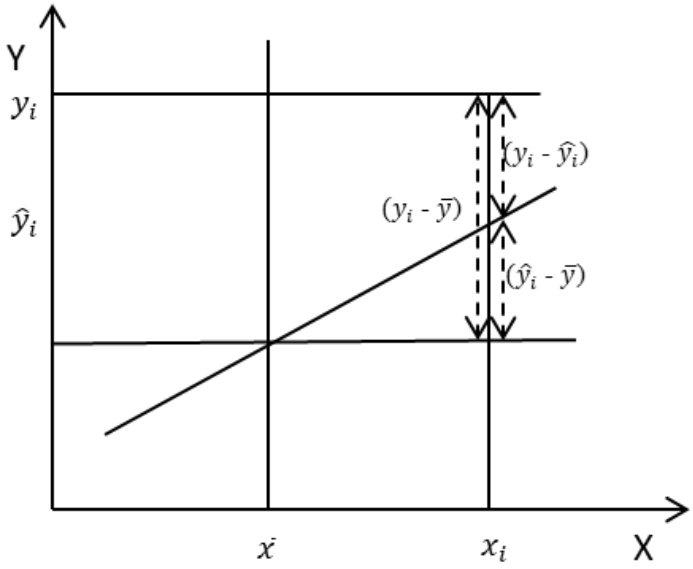
  $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$ – ukupne sume kvadrata odstupanja (SST),

  $\sum_{i=1}^{n}(\hat{y} - \bar{y})^2$ – dio ukupne sume kvadrata odstupanja koji su protumačeni modelom (SSR),

  $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ – dio ukupne sume kvadrata odstupanja koji nisu protumačeni modelom – rezidualni dio (SSE).

Sljedeća slika prikazuje raščlanjene komponente odstupanja:

*Slika 2: Prikaz pojedinačnih komponenti odstupanja*




*Sistematizacija autorice prema Papić, 2014;148*

*Koeficijent determinacije* ukazuje na jačinu funkcijske veze između varijabli *X* i *Y* – ukazuje na postotak varijacije zavisne varijable prouzročen utjecajem nezavisne varijable *X* te na dio varijacije koja pripada rezidualnim (neobjašnjivim) odstupanjima. Koeficijent determinacije izračunava se kao omjer sume kvadrata protumačenih odstupanja (SSR) i sume kvadrata ukupnih odstupanja (SST), a izražava se u sljedećem obliku:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

Vrijednost koeficijenta može se kretati u rasponu $0 \leq R^2 \leq 1$. Što je vrijednost bliža 1, to je model reprezentativniji i u teoriji granica reprezentativnosti iznosi 0,9. No kako se u praksi takvi modeli gotovo ne pojavljuju, granica se spušta i do 0,6.

Koeficijent determinacije povezan je s Pearsonovim koeficijentom linearne korelacije sljedećim izrazom:

$$R^2 = r^2, \text{ odnosno; } r = \pm\sqrt{R^2}$$

Još jedan od pokazatelja reprezentativnosti je i *korigirani koeficijent determinacije* koji ne mora nužno odgovarati koeficijentu dobivenom omjerom sume kvadrata odstupanja protumačenih modelom (SSR) i sume kvadrata ukupnih odstupanja (SST). Krajnji rezultat može biti manji od koeficijenta determinacije, pa čak i manji od nule, stoga se prilikom procjene korigiranog koeficijenta dobiveni rezultat treba promatrati s oprezom i u skladu s koeficijentom determinacije.

Korigirani koeficijent izražava se kao:

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-2} \times (1 - R^2)$$

Primjenjuje se u slučajevima kada je uzorak jednak ili manji od 30.

### 3.1.2. Prognostički trend-modeli; linearni trend

Prethodno opisani linearni regresijski model predstavlja bazu linearnog trenda. Razlika je u tome što se kod linearnih trendova kao nezavisna varijabla *X* uvijek pojavljuje vrijeme, koje može biti prikazano u različitim jedinicama – godine, mjeseci, dani itd. Vrijeme nije prikazano u orginalnim vrijednostima, već se orginalne vrijednosti transformiraju na način da nezavisna varijabla *X* poprimi vrijednosti 0,1,2,…n, počevši od početka promatranog razdoblja, kako bi se izbjeglo računanje s velikim brojevima te kako bi interpretacija parametra *b* bila realna. To je posebice značajno kada godine predstavljaju vrijednosti varijable *X*. Ako se vrijednosti ne bi transformirale, parametar *b* pokazivao bi vrijednost varijable *Y* u nultoj godini. Transformacijom vrijednosti godina u oblik 0,1,2,…n parametar *b* pokazuje vrijednost varijable *Y* na početku promatranog razdoblja.

Karakteristika linearnog trenda ogleda se u promjeni zavisne varijable *Y* kao posljedice promjene prediktorske varijable *Y*, isto kao i kod linearnog regresijskog modela. Ravnomjeran rast nezavisne varijable *X* uvijek uzrokuje ravnomjeran rast ili pad zavisne varijable *Y*.

Opći oblik jednadžbe koja predstavlja linearni trend-model glasi:

$$y_t = f(x_t) + e_t$$

Razliku u odnosu na linearnu regresiju predstavlja indeks. U slučaju linearnog trenda upotrebljava se indeks *t*, umjesto indeksa *i*, pa je $x_t$ vremenska jedinica u promatranom razdoblju.

Jednadžbe za dobivanje parametara identične su onima u linearnom regresijskom modelu:

1. parcijalnim derivacijama sume kvadrata po parametrima *a* i *b*:

$$a \sum_{t=1}^{n} (x_t)^2 + b \sum_{t=1}^{n} x_t = \sum_{t=1}^{n} x_t y_t$$
$$a \sum_{t=1}^{n} x_t + b \sum_{t=1}^{n} 1 = \sum_{t=1}^{n} y_t$$

2. omjerom vrijednosti uzročne kovarijance varijabli *x* i *y* i srednjeg kvadratnog odstupanja varijable *x* od $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} x_t \quad ; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} y_t$$

$$Sx^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\, x_t - \bar{x} \,)^2 \; ; \; Sy^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\, y_t - \bar{y} \,)^2$$

$$Sy^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n} (\, y_t - \bar{y} \,)^2$$

$$a = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t y_t - n\, \bar{x}_t\, \bar{y}_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t{}^2 - n\bar{x}^2} \quad ; \quad b = \bar{y} - a\bar{x}$$

3. dobivanjem vrijednosti parametara direktno iz jednadžbi:

$$a = \frac{n \sum_{t=1}^{n}(x_t y_t) - \sum_{t=1}^{n} x_t \times \sum_{t=1}^{n} y_t}{n \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{t=1}^{n} y_t \times \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \sum_{t=1}^{n} x_t \times \sum_{t=1}^{n}(x_t y_t)}{n \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2}$$

Parametar *a* predstavlja promjenu zavisne varijable *y* u jedinici vremena te pokazuje smjer pravca. Negativan je ako pravac pada, odnosno pozitivan, ako pravac raste.
Parametar *b* predstavlja očekivanu trend-vrijednost zavisne varijable *y*, kada je $x_t$ jednaka nuli. Pojednostavljeno, parametar *b* predstavlja vrijednost varijable *y* na početku promatranog vremenskog razdoblja.

Procjena reprezentativnosti linearnog trend-modela identična je procjeni modela jednostavne linearne regresije, stoga se reprezentativnost može procijeniti izračunom vrijednosti:

- standardne devijacije;

$$\hat{\sigma}_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{t=1}^{n} [y_t - (ax_t + b)]^2}$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

- koeficijenta varijacije standardne devijacije;

$$V_{\hat{y}} = \frac{\hat{\sigma}_y}{\bar{Y}} \times 100$$

- analize odstupanja stvarnih vrijednosti od regresijskih vrijednosti;

$$SST = SSR + SSE$$

- Pearsonovog koeficijenta linearne korelacije;

$$r = \frac{n \sum_{t=1}^{n}(x_t y_t) - \sum_{t=1}^{n} x_t \times \sum_{t=1}^{n} y_t}{\sqrt{\left[n \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2\right]} \times \sqrt{\left[n \sum_{t=1}^{n}(y_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} y_t\right)^2\right]}}$$

- koeficijenta determinacije;

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n}(\hat{y}_t - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^{n}(y_t - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

## 3.2. Model nelinearne regresije; polinomna regresija drugog stupnja

Kada se odnos između zavisne varijable y i nezavisne varijable x ne može objasniti linearnom vezom, tada se koristi polinomni regresijski model.

Graf polinomne funkcije drugog stupnja je parabola, a njezin opći oblik glasi:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

pri čemu su *a, b* i *c* koeficijenti ili parametri funkcije. O predznaku koeficijenta *a* ovisit će izgled parabole. Ako je on pozitivan, otvor parabole bit će okrenut prema gore i obrnuto, ako je negativan, otvor parabole bit će okrenut prema dolje.

Konačno, za polinomni regresijski model drugog stupnja vrijedit će relacija:

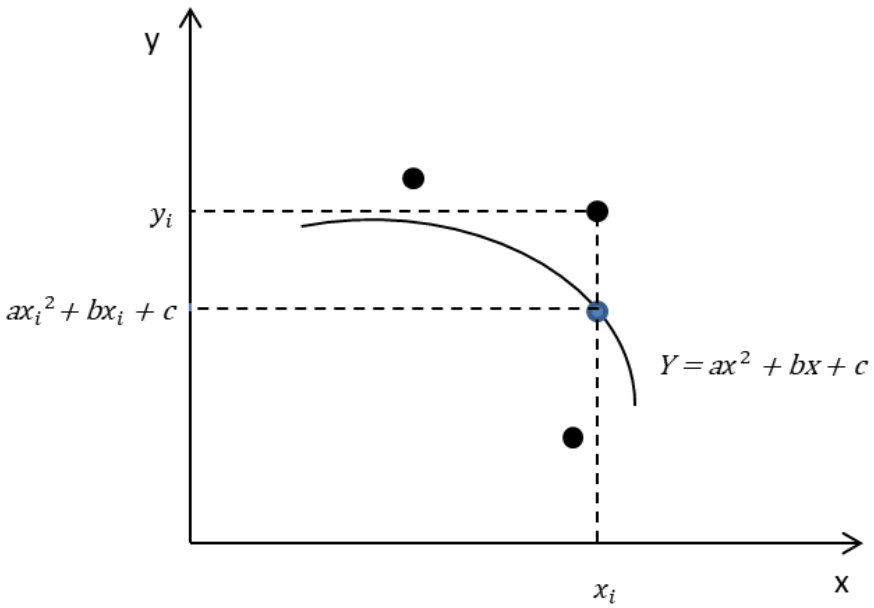
$$y_i = ax_i{}^2 + bx_i + c + e_i,$$

gdje su parametri *a, b,* i *c,* vrijednosti koje treba procijeniti, a $e_i$ dio varijance varijable *Y* koji nije objašnjen utjecajem nezavisne varijable *X*.

Cilj je pronaći kvadratnu funkciju koja će što kvalitetnije povezati točke u dijagramu rasipanja, uz minimaliziranje sume kvadratnih odstupanja orginalnih od regresijskih vrijednosti. I ovdje je važno, kao i kod linearne regresijske funkcije, promatrati kvadrate odstupanja, kako bi se izbjegla poništavanja odstupanja zbog pozitivnosti i negativnosti.

Sljedeća slika prikazuje dijagram raspršenja polinomne regresije drugog stupnja, uz pripadajuću kvadratnu jednadžbu.

*Slika 3: Polinomna regresija drugog stupnja*




*Sistematizacija autorice*

Velikim slovom *S* označit će se suma kvadratnih odstupanja.

$$S(a,b,c) = \sum_{i=1}^{n}[(ax_i{}^2 + bx_i + c) - y_i]^2$$

Sljedeći korak je parcijalno derivirati prethodni izraz po *a*, *b* i *c*.

Dobiveni su sljedeći izrazi:

$$\frac{dS}{da} = 2\sum_{i=1}^{n}(ax_i{}^2 + bx_i + c - y_i)\, x_i{}^2$$

$$\frac{dS}{db} = 2\sum_{i=1}^{n}(ax_i{}^2 + bx_i + c - y_i)\, x_i$$

$$\frac{dS}{dc} = 2\sum_{i=1}^{n}(ax_i{}^2 + bx_i + c - y_i)$$

Parcijalne derivacije potrebno je izjednačiti s nulom te se sređivanjem izraza dobivaju sljedeće vrijednosti:

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i{}^4 + b\sum_{i=1}^{n} x_i{}^3 + c\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i{}^2\, y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i{}^3 + b\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 + c\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i\, y_i$$

$$a\sum_{i=1}^{n} x_i{}^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i + c\sum_{i=1}^{n} 1 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

### 3.2.1. Pokazatelji reprezentativnosti polinomnog modela drugog stupnja

Mjere reprezentativnosti polinomnog modela ogledaju se u *analizi odstupanja stvarnih vrijednosti od očekivanih regresijskih vrijednosti zavisne varijable.* To podrazumijeva raščlanjivanje ukupnih odstupanja (SST) na odstupanja protumačena modelom (SSR) i odstupanja neprotumačena modelom (SSE).

Mjera je opisana izrazom:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SST = SSR + SSE$$

- pri čemu su:

  $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$ – ukupne sume kvadrata odstupanja (SST),

  $\sum_{i=1}^{n}(\hat{y} - \bar{y})^2$ – dio ukupne sume kvadrata odstupanja koji su protumačeni modelom (SSR),

  $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ – dio ukupne sume kvadrata odstupanja koji nisu protumačeni modelom – rezidualni dio (SSE).

*Standardna devijacija* regresijskog modela drugog stupnja prikazuje prosječnu varijaciju stvarnih vrijednosti zavisne varijable, u odnosu na njezine regresijske vrijednosti.

Vrijedi izraz:

$$\hat{\sigma}_{\hat{y}} = \sqrt{SSE}$$

*Koeficijent varijacije regresije* predstavlja omjer standardne devijacije regresije i aritmetičke sredine varijable *Y*, pomnožen sa 100. Dogovorena granica reprezentativnosti iznosi 10 % – što je koeficijent bliže nuli, model je reprezentativniji.

Zapisuje se u obliku:

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{\hat{\sigma}_{\hat{y}}}{\bar{Y}} \times 100$$

*Koeficijent determinacije* označava postotak varijacije zavisne varijable *Y* koji je nastao utjecajem nezavisne varijable *X* te ukazuje i na dio varijacije koja pripada rezidualnim (neobjašnjivim) odstupanjima.

Izračunava se kao omjer sume kvadrata protumačenih odstupanja (SSR) i sume kvadrata ukupnih odstupanja (SST):

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

*Korigirani koeficijent determinacije* regresijskog modela drugog stupnja izražava se u obliku:

$$\bar{R}^2 = 1 - (n - 1) \times (1 - R^2)$$

# 4. ANALIZA PODATAKA

Opisani modeli koristit će se za procjenu potrebnog broja ljudi u Sektoru sortiranja HP-Hrvatske pošte d.d. koji će biti zamjena za postojeće radnike u 2020. i 2021. godini, i to korištenjem podataka o iskorištenim godišnjim odmorima, slobodnim danima, plaćenim dopustima i ukupnim bolovanjima u periodu od 2015. od 2019. godine. Osim navedenog, modeli će služiti i za procjenu rezervacija koje bi Sektor sortiranja trebao osigurati u 2020. i 2021. godini za sve neiskorištene dane godišnjih odmora, iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste te sve dane bolovanja duljine do 42 dana koji idu na teret poslodavca. Te procjene će se također vršiti promatranjem podataka u periodu od 2015. do 2019. godine.

U prvom dijelu će se formirati funkcija za procjenu dana iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta primjenom opisanog linearnog trenda, i to korištenjem formula za izračun parametara te formula koje mjere reprezentativnost modela.
Potom će se definirati funkcija za procjenu dana neiskorištenih godišnjih odmora te iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta korištenjem polinomnog modela drugog stupnja, odnosno pripadajućih jednadžbi za parametre i reprezentativnost.

Drugi dio objašnjava primjenu regresijskih modela kroz MS Excel; opisom potrebnih koraka formirat će se funkcije linearnog modela za procjenu broja dana ukupnih bolovanja te bolovanja duljine do 42 dana, ali će se prikazati i već izračunata funkcija polinomnog modela za procjenu dana neiskorištenih godišnjih odmora te iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta kako bi se objasnio i polinomni model u MS Excelu.

U tablici 2 prikazani su podaci o broju zaposlenika u stalnom radnom odnosu, potom podaci o minimalnom broju potrebnih radnika te podaci o stalnim rezervama koji predstavljaju razliku između broja stalno zaposlenih i broja osnovne postave zaposlenika. U posljednjoj koloni prikazani su podaci o broju zaposlenih na određeno.

*Tablica 2: Stanje kadra u periodu od 2015. do 2019. godine*

| GODINA | BROJ ZAPOSLENIKA U STALNOM RADNOM ODNOSU | OSNOVNA POSTAVA | STALNA REZERVA | BROJ ZAPOSLENIKA NA ODREĐENO |
|---|---|---|---|---|
| 2015. | 1023 | 922 | 101 | 72 |
| 2016. | 997 | 875 | 122 | 118 |
| 2017. | 968 | 875 | 93 | 138 |
| 2018. | 972 | 852 | 120 | 139 |
| 2019. | 938 | 838 | 100 | 102 |

*Sistematizacija autorice*

U periodu od 2015. do 2019. godine primjećuje se trend pada broja radnika u stalnom radnom odnosu. Broj radnika na određeno rastao je sve od 2018. godine, nakon čega i ta skupina zaposlenih bilježi pad. Takav trend smanjivanja broja zaposlenih posljedica je, prije svega, modernizacije poslovanja, velikih kapitalnih investicija, robotizacije, digitalizacije i općenito velikog investicijskog ciklusa.

Tablica 3 prikazuje podatke na kojima će se primijeniti opisani regresijski modeli u svrhu procjene izostanaka i potrebnih rezervacija.

*Tablica 3: Podaci o izostancima za period od 2015. do 2019. godine*

| GODINA | ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI | UKUPNA BOLOVANJA | NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI | BOLOVANJA < 42 DANA |
|---|---|---|---|---|
| 2015. | 27599 | 26118 | 3345 | 11753 |
| 2016. | 28116 | 27049 | 3705 | 12442 |
| 2017. | 26005 | 28148 | 4968 | 12868 |
| 2018. | 26121 | 32975 | 2768 | 15392 |
| 2019. | 23134 | 32254 | 2612 | 14935 |

*Sistematizacija autorice*

Vidljiv je trend pada u skupini iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta koji je rezultat pada broja zaposlenih, ali je i posljedica smanjivanja troškova u vidu smanjivanja maksimalnog broja dana godišnjeg odmora. Neiskorišteni godišnji odmori i iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti rasli su do 2017. godine, nakon čega padaju u 2018. i 2019. godini, također zbog pada boja zaposlenih, ali i zbog promjena definiranih kolektivnim ugovorom prema kojima se godišnji odmor mora u potpunosti iskoristiti do 31.12. tekuće godine.
Trend rasta dana ukupnih bolovanja u prve četiri promatrane godine je rastući, dok u 2019. godini bilježi jedva zamjetan pad, što je slučaj i s bolovanjima s trajanjem do 42 dana.

Za određivanje funkcija potrebnih za izračun izostanaka, potrebno je odrediti zavisnu i nezavisnu varijablu. U svim primjerima godine će se promatrati kao nezavisna ili prediktorska varijabla *X*, a broj dana će poprimiti obilježje zavisne varijable *Y*. Vrijednosti nezavisne varijable *X* transformirat će se u vrijednosti t= 0,1,2,3,4, radi lakšeg izračuna i interpretacije.

U prvom slučaju definirat će se funkcija potrebna za procjenu broja iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta za 2020. i 2021. godinu.

*Tablica 4: Iskorišteni godišnji odmori, slobodni dani i plaćeni dopusti*

| GODINA | $x_t$ | ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI – $y_t$ |
|---|---|---|
| 2015. | 0 | 27599 |
| 2016. | 1 | 28116 |
| 2017. | 2 | 26005 |
| 2018. | 3 | 26121 |
| 2019. | 4 | 23134 |

*Sistematizacija autorice*

Prvi korak je izračun koeficijenata *a* i *b*.

Koeficijenti će se dobiti uvrštavanjem poznatih vrijednosti u jednadžbe za izračun koeficijenata, dobivene izračunom parcijalnih derivacija i izjednačavanjem s nulom.

$$b \sum_{t=1}^{n} (x_i)^2 + a \sum_{t=1}^{n} x_t = \sum_{t=1}^{n} x_t \, y_t$$

$$b \sum_{t=1}^{n} x_t + a \sum_{t=1}^{n} 1 = \sum_{t=1}^{n} y_t$$

Iz jednadžbi je vidljivo da je za izračun potrebna i suma umnožaka varijabli $x_t$ i $y_t$ te suma kvadrata varijable $x_t$ pa je tablicu potrebno nadopuniti s navedenim međuvrijednostima.

*Tablica 5: Međuvrijednosti linearnog regresijskog modela*

| GODINA | $x_t$ | ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $- y_t$ | $x_t y_t$ | ${x_t}^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 2015. | 0 | 27599 | 0 | 0 |
| 2016. | 1 | 28116 | 28116 | 1 |
| 2017. | 2 | 26005 | 52010 | 4 |
| 2018. | 3 | 26121 | 78363 | 9 |
| 2019. | 4 | 23134 | 92536 | 16 |
| *SUMA* | *10* | *130975* | *251025* | *30* |

*Sistematizacija autorice*

Dobivene sume uvrštavaju se u jednadžbe pa vrijedi izraz:

$$30a + 10b = 251.025$$
$$10a + 5b = 130.975$$

Kako se radi o dvije jednadžbe s dvije nepoznanice, potrebno je riješiti se jedne nepoznanice. Druga jednadžba pomnožit će se s –2.

$$30a + 10b = 251.025$$

$$10a + 5b = 130.975 \ / \times (-2)$$

$$30a + 10b = 251.025$$
$$-20a - 10b = -261.950$$

$$10a = -10.925 \ / : 10$$
$$a = -1.092{,}50$$

Dobiveni element *a* uvrstit će se u drugu jednadžbu i izračunat će se vrijednost izraza *b*:

$$10 \times (-1.092{,}50) + 5b = 130.975$$
$$-10.925 + 5b = 130.975$$

$$5b = 130.975 + 10.925$$
$$5b = 141.900 \ / : 5$$
$$b = 28.380$$

Regresijske koeficijente možemo dobiti i uvrštavanjem vrijednosti direktno u jednadžbe:

$$a = \frac{n \sum_{t=1}^{n}(x_t y_t) - \sum_{t=1}^{n} x_t \times \sum_{t=1}^{n} y_t}{n \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

Izrazi $\bar{y}$ i $\bar{x}$ predstavljaju prosječnu vrijednost zavisnih varijabli *Y* i *X*, dobivenu dijeljenjem sume varijable *Y*, odnosno varijable *X*, s brojem uzoraka:

$$\bar{y} = 130.975 : 5 = 26.195 \qquad \bar{x} = 10{:}5 = 2$$

Vrijedi sljedeće:

$$a = \frac{5 \times 251.025 - 10 \times 130.975}{5 \times 30 - (100)^2}$$

$$a = \frac{-54.625}{50} = -1.092{,}50$$

$$b = 26.195 - (-1.092{,}50 \times 2)$$
$$b = 28.380$$

Regresijska jednadžba za procjenu dana iskorištenih godišnjih odmora, plaćenih dopusta i slobodnih dana glasi:

$$\hat{y}_t = -1.092{,}50\hat{x}_t + 28.380$$

Parametar *a*, koji iznosi –1,092,50, daje informaciju za koliko će se prosječno smanjiti iskorišteni dani godišnjih odmora, plaćenih dopusta i slobodnih dana sa svakom sljedećom godinom. Parametar *b*, koji iznosi 28.380, daje informaciju o broju dana iskorištenog godišnjeg odmora, plaćenog dopusta i slobodnih dana u početnoj godini promatranog razdoblja. Prema tome, regresijska vrijednost iskorištenih dana godišnjeg odmora, plaćenih dopusta i slobodnih dana u 2015. godini iznosi 28.380 dana, što je za 781 dan više u usporedbi sa stvarnom vrijednosti koja iznosi 27.599 u promatranoj godini.

U dobivenu jednadžbu uvrstit će se i ostale poznate vrijednosti nezavisne varijable $x_t$, kako bi se dobile sve regresijeske vrijednosti zavisne varijable $y_t$.

Tako za 2016. godinu vrijedi izraz:

$$\hat{y}_t = -1.092{,}50 \times 2016 + 28.380$$
$$\hat{y}_t = 27.228$$

U tablici 6 navedene su regresijske vrijednosti za sve godine promatranog razdoblja:

*Tablica 6: Regresijske vrijednosti linearnog modela*

| GODINA | $x_t$ | ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI – $y_t$ | $\hat{y}_t$ |
|---|---|---|---|
| 2015. | 0 | 27599 | 28380 |
| 2016. | 1 | 28116 | 27288 |
| 2017. | 2 | 26005 | 26195 |
| 2018. | 3 | 26121 | 25103 |
| 2019. | 4 | 23134 | 24010 |
| *SUMA* | *10* | *130975* | *130975* |

*Sistematizacija autorice*

U sljedećem koraku bit će potrebno izračunati vrijednost odstupanja dobivenih regresijskih vrijednosti od stvarnih vrijednosti varijable $y_t$, koje nazivamo rezidualima.

$$e = y_t - \widehat{y_t}$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} e_t^{\,2}$$

*Tablica 7: Suma kvadrata odstupanja linearnog regresijskog modela*

| ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI – $y_t$ | $\hat{y}_t$ | e | $e^2$ |
|---|---|---|---|
| 27599 | 28380 | -781 | 609961 |
| 28116 | 27288 | 829 | 686412 |
| 26005 | 26195 | -190 | 36100 |
| 26121 | 25103 | 1019 | 1037342 |
| 23134 | 24010 | -876 | 767376 |
| *130975* | *130975* | 0 | 3137192 |

*Sistematizacija autorice*

Iz tablice je vidljivo da suma kvadrata odstupanja koja nije protumačena modelom iznosi:

SSE = 3.137.192

Taj podatak će se uvrstiti u formulu za izračun pogreške regresijskog modela, odnosno standardne devijacije:

$$\hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{SSE}{n-2}}$$

$$\hat{\sigma}_y = \sqrt{\frac{3.137.192}{3}} = 1.022,61$$

Dobiveni rezultat pokazuje da stvarni podaci o broju dana iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta odstupaju od regresijskih vrijednosti u prosjeku za 1023 dana.

Koliko je model reprezentativan, ovisi o koeficijentu varijacije standardne devijacije pa će se dobiveni rezultat standardne devijacije uvrstiti u jednadžbu za koeficijent varijacije standardne devijacije:

$$V = \frac{\hat{\sigma}_y}{\bar{Y}} \times 100$$

$$V = \frac{1.022,61}{26.195} \times 100 = 3,9\ \%$$

Kako je model reprezentativniji što je vrijednost koeficijenta bliža nuli, a maksimalno do 10 %, može se zaključiti da je model s 3,9 % varijacije standardne devijacije dobar.

Pearsonovim koeficijentom izmjerit će se postotak povezanosti promatranih varijabli *x* i *y*.

$$r = \frac{n \sum_{t=1}^{n}(x_t y_t) - \sum_{t=1}^{n} x_t \times \sum_{t=1}^{n} y_t}{\sqrt{\left[n \sum_{t=1}^{n}(x_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} x_t\right)^2\right]} \times \sqrt{\left[n \sum_{t=1}^{n}(y_t{}^2) - \left(\sum_{t=1}^{n} y_t\right)^2\right]}}$$

Jednadžba pokazuje da su potrebne vrijednosti sume kvadrata zavisne varijable y i kvadrat sume zavisne varijable y, pa će se tablica proširiti za tražene međuvrijednosti.

*Tablica 8: Međuvrijednosti linearnog regresijskog modela (1)*

| $x_t$ | ISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $- y_t$ | $x_t y_t$ | ${x_t}^2$ | ${y_t}^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 27599 | 0 | 0 | 761704801 |
| 1 | 28116 | 28116 | 1 | 790509456 |
| 2 | 26005 | 52010 | 4 | 676260025 |
| 3 | 26121 | 78363 | 9 | 682306641 |
| 4 | 23134 | 92536 | 16 | 535181956 |
| *10* | *130975* | *251025* | *30* | *3445962879* |

*Sistematizacija autorice*

$$r = \frac{5 \times 251.025 - 10 \times 130.975}{\sqrt{[5 \times 30 - 900] \times [5 \times 3.445.962.879 - 17.\ 154.450.625]}}$$

$$r = -0{,}89$$

Kako je predznak parametra *a* negativan i vrijednost Pearsonovog koeficijenta poprimit će negativan predznak. Slijedom navedenog, može se zaključiti da je korelacija između zavisne i nezavisne varijable jaka i negativna, što znači da će povećanjem varijable *X* gotovo sigurno doći do smanjenja varijable *Y*.

Kvadriranjem Pearsonovog koeficijenta regresije dobit će se koeficijent determinacije $R^2$ koji iznosi:

$$R^2 = 0{,}79,$$

što znači da je 79 % promjena iskorištenih dana godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta u razdoblju od 2015. do 2019. objašnjeno linearnim trend-modelom.

Kako je ovdje riječ o uzorku sa samo 5 parova, nužno je izračunati i korigirani koeficijent determinacije:

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-2} \times (1 - R^2)$$

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{5-1}{5-2} \times (1 - 0{,}79)$$

$$\overline{R}^2 = 0{,}72$$

U tablici 9 prikazani su podaci o neiskorištenim danima godišnjih odmora te iskorištenim slobodnim danima i plaćenim dopustima, temeljem kojih će se definirati funkcija potrebna za procjenu navedenih dana za 2020. i 2021. godinu.

*Tablica 9: Neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti*

| GODINA | NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, ISKORIŠTENI SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI |
|---|---|
| 2015. | 3345 |
| 2016. | 3705 |
| 2017. | 4968 |
| 2018. | 2768 |
| 2019. | 2612 |

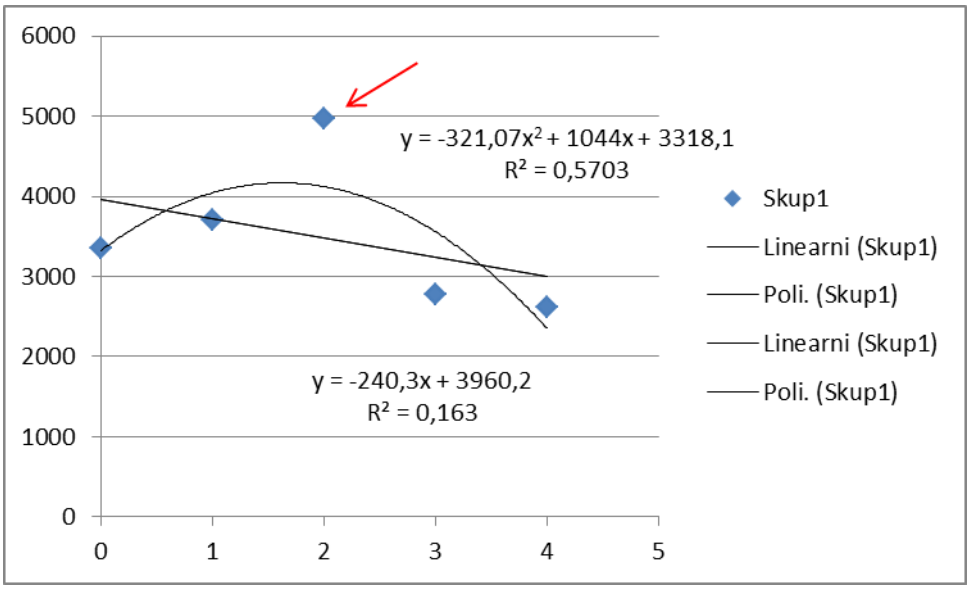
*Sistematizacija autorice*

Podaci iz tablice 9 uneseni su u dijagram raspršenja u MS Excelu (detaljniji koraci korištenja regresijske analize kroz MS Excel bit će objašnjeni u sljedećem potpoglavlju).

U dobivenom dijagramu vidljivo je da linearni trend slabo aproksimira točke u grafu. Pripadajući koeficijent determinacije od 0,16 ukazuje na to da je svega 16 % promjena promatranih dana u razdoblju od 2015. do 2019. objašnjeno linearnim trend-modelom.

Stoga je dodana polinomska funkcija uz pripadajuću jednadžbu s koeficijentom determinacije. Polinomska funkcija nešto bolje opisuje zadani skup točaka u grafu; 57 % promjena promatranih dana u razdoblju od 2015. do 2019. godine objašnjeno je polinomskim trend-modelom, međutim model i dalje relativno slabo opisuje zadane podatke.

*Dijagram 8: Stršeća vrijednost*




*Sistematizacija autorice*

U istom dijagramu vidljiva je i stršeća vrijednost[4] koja se odnosi na 2017. godinu gdje je izmjereno 4968 dana neiskorištenih godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta.

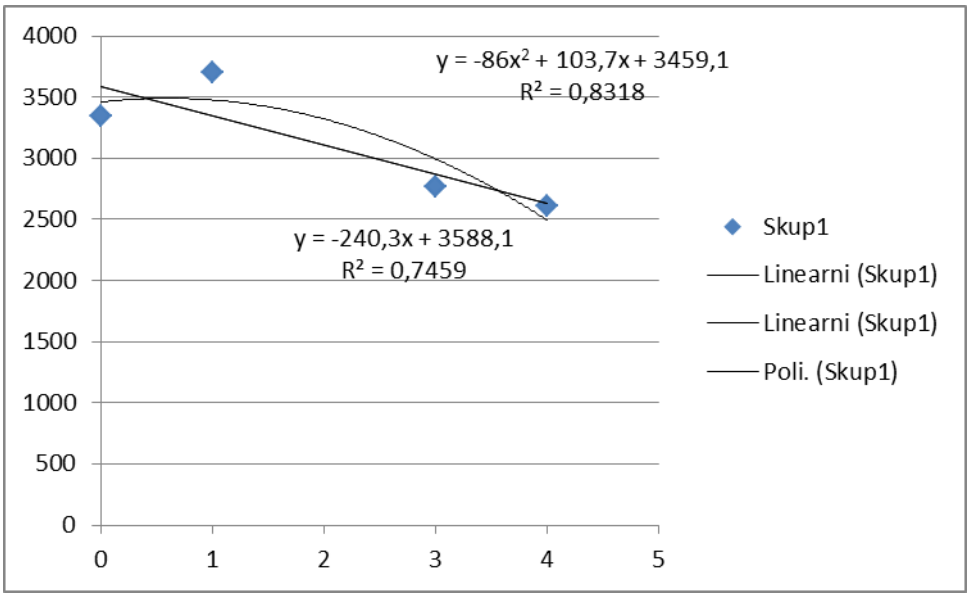
Stršeće vrijednosti najčešće se javljaju:

- kada je podatak točan, ali predstavlja rijetkost
- kada je porijeklo podatka neka druga populacija, a ne ona koja je promatrana
- kada je podatak netočan – pogrešno izmjeren ili pogrešno unesen *(Metode opisivanja skupa podataka, url).*

[4] Stršeća vrijednost (engl. *outlier*) – podatak čija je vrijednost puno veća ili puno manja u usporedbi s ostalim podacima

Kako prilikom istraživanja, za potrebe pisanja ovoga rada, autorica nije dobila informacije o uzrocima većeg broja promatranih dana, stršeća vrijednost će se izuzeti iz izračuna. Izuzimanje stršećih vrijednosti često se primjenjuje u poslovnoj praksi, jer prisutnost takvih vrijednosti može u velikoj mjeri promijeniti konačni rezultat analize.

*Dijagram 9: Linearni i polinomni model bez stršeće vrijednosti*




*Sistematizacija autorice*

U dijagramu raspršenja (dijagram 9) prikazan je linearni i polinomni model bez stršeće vrijednosti. Koeficijent determinacije linearnog trend-modela ukazuje na to da je 75 % promjena promatranih dana u razdoblju od 2015. do 2019. objašnjeno linearnim trend-modelom. Polinomni model bolje opisuje zadane podatke, jer je pripadajući koeficijent determinacije nešto veći i iznosi 0,83, stoga će se on primijeniti u daljnjem izračunu.

Formula polinomnog modela dobivena putem MS Excela dobit će se i uvrštavanjem poznatih vrijednosti zavisne i nezavisne varijable u odgovarajuće jednadžbe za izračun parametara:

$$a\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2} + b\sum_{t=1}^{n} x_t + c\sum_{t=1}^{n} 1 = \sum_{t=1}^{n} y_t$$

$$a\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,3} + b\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2} + c\sum_{t=1}^{n} x_t = \sum_{t=1}^{n} x_t\, y_t$$

$$a\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,4} + b\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,3} + c\sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2} = \sum_{t=1}^{n} x_t^{\,2}\, y_t$$

Kao i u slučaju linearnog trenda i ovdje će se polinomni regresijski model promatrati kao polinomni trend, gdje će se godine radi jednostavnijeg izračuna i prezentacije transformirati u vrijednosti n=0,1,3,4. Vrijednost 2 pripada 2017. godini, koja je kao stršeća vrijednost uklonjena iz analize (tablica 10).

*Tablica 10: Neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti (1)*

| GODINA | $x_t$ | NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $y_t$ |
|---|---|---|
| 2015. | 0 | 3345 |
| 2016. | 1 | 3705 |
| 2018. | 3 | 2768 |
| 2019. | 4 | 2612 |
| *SUMA* | *8* | *12430* |

*Sistematizacija autorice*

Dodatne međuvrijednosti potrebne za uvrštavanje u jednadžbe i izračun parametara nalaze se u tablici 11.

*Tablica 11: Međuvrijednosti polinomnog regresijskog modela*

| ${x_t}^2$ | ${x_t}^3$ | ${x_t}^4$ | $x_t y_t$ | ${x_t}^2 y_t$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 3705 | 3705 |
| 9 | 27 | 81 | 8304 | 24912 |
| 16 | 64 | 256 | 10448 | 41792 |
| *26* | *92* | *338* | *22457* | *70409* |

*Sistematizacija autorice*

Uvrštavanjem vrijednosti i međuvrijednosti u jednadžbe dobiveni su sljedeći izrazi:

$$26a + 8b + 4c = 12.430$$

$$92a + 26b + 8c = 22.457$$

$$338a + 92b + 26c = 70.409$$

Kako je ovdje riječ o tri jednadžbe s tri nepoznanice, najefikasniji način za rješavanje je Gauss-Jordanova metoda eliminacije.

U matricu se upisuju samo koeficijenti koje stoje uz nepoznanice, a točke će zamijeniti znak =:

$$\begin{bmatrix} 26 & 8 & 4 & \vdots & 12.430 \\ 92 & 26 & 8 & \vdots & 22.457 \\ 338 & 92 & 26 & \vdots & 70.409 \end{bmatrix}$$

Cilj Gauss-Jordanove metode je u svakom stupcu i retku dobiti samo jedan element koji će imati vrijednost 1. Ostale vrijednosti moraju biti 0.

Prvi korak je dobiti vrijednost 1 na vrhu prvoga stupca. To će se dobiti dijeljenjem retka s istom vrijednošću koja se nalazi na vrhu prvog stupca:

$$\begin{bmatrix} 26 & 8 & 4 & \vdots & 12.430 \\ 92 & 26 & 8 & \vdots & 22.457 \\ 338 & 92 & 26 & \vdots & 70.409 \end{bmatrix} /: 26$$

U drugom koraku potrebno je odgovarajućim operacijama na 1. retku dobiti vrijednost 0 u 2. i 3. retku prvoga stupca:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}307692 & 0{,}153846 & \vdots & 478{,}076923 \\ 92 & 26 & 8 & \vdots & 22.457 \\ 338 & 92 & 26 & \vdots & 70.409 \end{bmatrix} /\times\ -92 + 2.red\ \ /\times\ -338\ + 3.red$$

Istom logikom potrebno je izvršiti operacije na preostala dva stupca.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}307692 & 0{,}153846 & \vdots & 478{,}076923 \\ 0 & -2{,}307664 & -6{,}153832 & \vdots & -21.526{,}076916 \\ 0 & -11{,}999896 & -25{,}999948 & \vdots & -91.180{,}999974 \end{bmatrix} /: -2{,}307664$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0{,}307692 & 0{,}153846 & \vdots & 478{,}076923 \\ 0 & 1 & 2{,}666693 & \vdots & 9.328{,}081088 \\ 0 & -11{,}999896 & -25{,}999948 & \vdots & -91.180{,}999974 \end{bmatrix} / \times -0{,}307692 + 1.red \; / \times \; 11{,}999896 + 3.red$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0{,}666674 & \vdots & -2.392{,}099003 \\ 0 & 1 & 2{,}666693 & \vdots & 9.328{,}081088 \\ 0 & 0 & 6{,}000090 & \vdots & 20.755{,}002962 \end{bmatrix} / : 6{,}000090$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0{,}666674 & \vdots & -2.392{,}099003 \\ 0 & 1 & 2{,}666693 & \vdots & 9.328{,}081088 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 3.459{,}115273 \end{bmatrix} / \times \; 0{,}666674 + 1.red \; / \times \; -2{,}666693 + 2.red$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & -85{,}996787 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 103{,}682603 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 3.459{,}115273 \end{bmatrix}$$

Dobivene vrijednosti parametara *a*, *b* i *c* uvrstit će se u jednadžbu polinomnog trenda:

$$\hat{y}_t = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$$

Jednadžba dobivena Gauss-Jordanovom eliminacijom istovjetna je jednadžbi dobivenoj putem MS Excela (dijagram 9). Uvrštavanjem poznatih vrijednosti nezavisne varijable *X* izračunat će se regresijske vrijednosti zavisne varijable *Y*.

*Tablica 12: Regresijske vrijednosti polinomnog modela*

| GODINA | $x_t$ | NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $y_t$ | $\hat{y}_t$ |
|---|---|---|---|
| 2015. | 0 | 3345 | 3459,1 |
| 2016. | 1 | 3705 | 3476,8 |
| 2018. | 3 | 2768 | 2996,2 |
| 2019. | 4 | 2612 | 2497,9 |
| *SUMA* | 8 | 12430 | *12430* |

*Sistematizacija autorice*

U sljedećem koraku izmjerit će se vrijednost reziduala – odstupanja dobivenih regresijskih vrijednosti od stvarnih vrijednosti varijable $y_{t,}$.

$$e = y_t - \widehat{y_t}$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} {e_t}^2$$

*Tablica 13: Suma kvadrata odstupanja polinomnog regresijskog modela*

| NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $y_t$ | $\widehat{y_t}$ | e | e² |
|---|---|---|---|
| 3345 | 3459,1 | -114,1 | 13018,81 |
| 3705 | 3476,8 | 228,2 | 52075,24 |
| 2768 | 2996,2 | -228,2 | 52075,24 |
| 2612 | 2497,9 | 114,1 | 13018,81 |
| *12430* | *12430* | *0* | *130188* |

*Sistematizacija autorice*

Rezidualni (neprotumačeni) dio odstupanja regresijskih vrijednosti iznosi:

$$SSE = 130.188$$

Dobivena vrijednost uvrstit će se u formulu za standardnu devijaciju modela:

$$\widehat{\sigma}_{\widehat{y}} = \sqrt{SSE} = \sqrt{130.188}$$

$$\widehat{\sigma}_{\widehat{y}} = 360{,}82$$

Rezultat pokazuje da stvarni podaci o broju dana neiskorištenih godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta odstupaju od regresijskih vrijednosti u prosjeku za 361 dan.

Dobivena vrijednost standardne devijacije iskoristit će se za izračun varijacije standardne devijacije.

$$\widehat{V}_{\widehat{Y}} = \frac{\widehat{\sigma}_{\widehat{y}}}{\overline{Y}} \times 100 = \frac{360{,}82}{3.107{,}50} \times 100$$

$$\widehat{V}_{\widehat{Y}} = 11{,}61\ \%$$

Varijacija standardne devijacije iznosi 11,61 %, što predstavlja postotak standardne devijacije regresijskih vrijednosti od aritmetičke sredine zavisne varijable *Y*.

Koeficijent determinacije dobit će se omjerom protumačenog dijela sume kvadrata odstupanja (SSR) i ukupne sume kvadrata odstupanja (SST):

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\widehat{y}_i - \overline{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

*Tablica 14: Ukupna suma odstupanja (SST) i protumačeni dio odstupanja (SSR) polinomnog regresijskog modela*

| NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $y_t$ | $\widehat{y_t}$ | Ukupna suma odstupanja/SST | Protumačeni dio odstupanja/SSR |
|---|---|---|---|
| 3345 | 3459,1 | 56406,25 | 123622,56 |
| 3705 | 3476,8 | 357006,25 | 136382,49 |
| 2768 | 2996,2 | 115260,25 | 12387,69 |
| 2612 | 2497,9 | 245520,25 | 371612,16 |
| *12430* | *12430* | *774193* | *644004,9* |

*Sistematizacija autorice*

$$R^2 = \frac{644.004{,}9}{774.193} = 0{,}83$$

Koeficijent determinacije objašnjava da je 83 % promjene neiskorištenih dana godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta u razdoblju od 2015. do 2019. godine objašnjeno polinomnim trend-modelom.

Kako je ovdje riječ o modelu s 4 uzorka, izračunat će se i vrijednost korigiranog koeficijenta determinacije:

$$\overline{R}^2 = 1 - (n - 1) \times (1 - R^2)$$

$$\overline{R}^2 = 1 - (4 - 1) \times (1 - 0{,}83)$$

$$\overline{R}^2 = 0{,}50$$

Korigirani koeficijent pokazuje da je svega 50 % promjene objašnjeno polinomnim trend-modelom. Kako je promatrano vremensko razdoblje relativno kratko te je malen broj podataka nedostatak istraživanja koji nije bilo moguće izbjeći, dobivena funkcija polinomnog trend-modela primijenit će se u daljnjoj analizi.

Za razliku od linearnog modela, gdje koeficijenti *a* i *b* imaju ekonomsko objašnjenje, u kvadratnom modelu navedeni se koeficijenti mogu objasniti isključivo matematički.

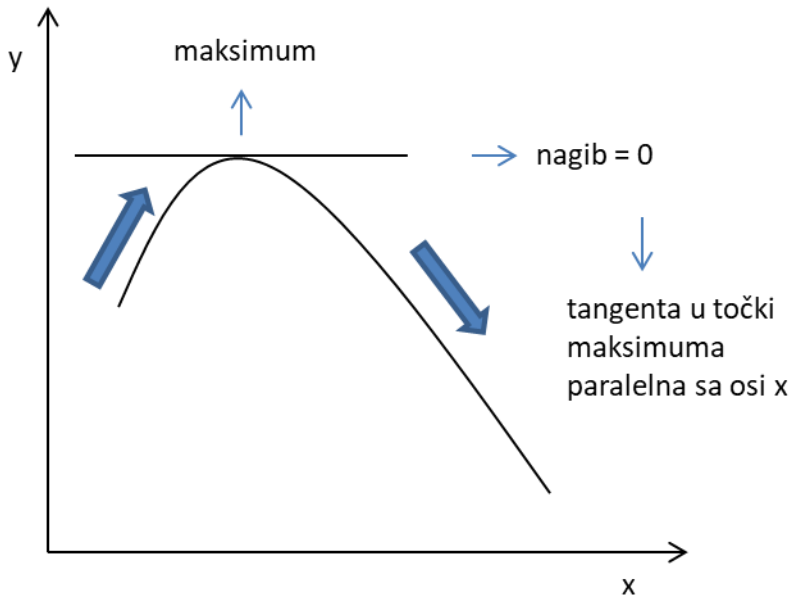
Ako je:

- $a > 0$, $b > 0$ – graf parabole konstantno raste
- $a < 0$, $b < 0$ – graf parabole konstantno pada
- $a > 0$, $b < 0$ – graf parabole pada, doseže svoj minimum te zatim raste
- $a < 0$, $b > 0$ – graf parabole raste, doseže svoj maksimum te potom pada.

Kvadratna funkcija $\hat{y}_t = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$, formirana za procjenu dana neiskorištenih godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta, pripada četvrtoj skupini, gdje je prvi koeficijent negativan, a drugi pozitivan.

Opći oblik grafa kvadratne funkcije te vrste prikazan je na slici 4.

*Slika 4: Graf kvadratne funkcije vrijednosti parametara a<0, b>0*




*Sistematizacija autorice*

Izračunom maksimuma funkcije $\hat{y}_t = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$ dobit će se informacija kada je bilo najviše neiskorištenih dana godišnjih odmora i iskorištenih plaćenih dopusta i slobodnih dana unutar promatranog vremenskog razdoblja.

Za izračun maksimuma potrebno je funkciju derivirati, a derivaciju izjednačiti s 0. To je ujedno i prvi uvjet postojanja maksimuma funkcije. Drugi uvjet je deriviranu funkciju ponovno derivirati, gdje konačan rezultat mora biti manji od 0 da bi uvjet maksimuma bio zadovoljen.

Vrijede izrazi:

$$y'(x) = 0$$
$$y''(x) < 0$$

$$\hat{y}_t' = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$$
$$\hat{y}_t' = (-86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1)'$$
$$\hat{y}_t' = -172x_t + 103{,}7$$
$$-172x_t + 103{,}7 = 0$$
$$x_t = -103{,}7 \;/ : -172$$

$$x_t = 0{,}60$$

$$\hat{y}_t'' = (-172x_t + 103{,}7)'$$

$$\hat{y}_t'' = -172$$

Rezultat druge derivacije je manji od 0, što ukazuje na postojanje lokanog maksimuma kvadratne funkcije.

Dobivena vrijednost varijable x uvrstit će se u regresijsku jednadžbu za izračun broja promatranih dana:

$$\hat{y}_t = -86 \times 0{,}60^2 + 103{,}7 \times 0{,}60 + 3.459{,}1$$

$$\hat{y}_t = 3.490{,}36$$

Izračun pokazuje da je u promatranom razdoblju najviše dana neiskorištenog godišnjeg odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta bilo u drugoj polovici 2015. godine i to 3.490. Usporedbom sa stvarnim podacima koji pokazuju da je maksimum promatranog razdoblja ostvaren 2016. godine s 3705 dana[5] može se ponovno zaključiti da model ne opisuje dobro promatrane podatke, ali će se radi potrebe pisanja ovoga rada uzeti u razmatranje.

## 4.1. Regresijska analiza u MS Excelu

U poslovnoj praksi, regresijska funkcija izračunava se putem programa za analizu podataka, a najčešće u programu MS Excel. Stoga će se funkcija za procjenu ukupnih bolovanja i bolovanja duljine do 42 dana izračunati putem programa MS Excel, uz objašnjenje svakog koraka pri izračunu. U oba slučaja koristit će se linearni regresijski trend.

U tablici 15 prikazana su ukupna bolovanja u periodu od 2015. do 2019. godine, uz pripadajuće transformirane vrijednosti godina n=0,1,2,3,4.

[5] Stršeću vrijednost autorica nije uspoređivala s regresijskim vrijednostima, jer je ta vrijednost zbog karakteristika i nepoznatog uzroka izuzeta iz analize.

*Tablica 15: Ukupna bolovanja*

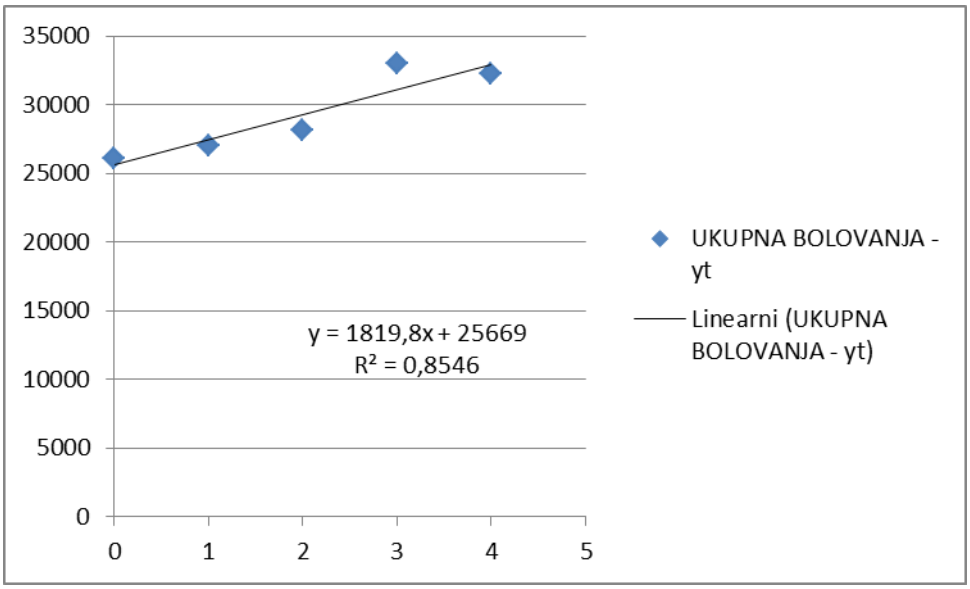
| GODINA | $x_t$ | UKUPNA BOLOVANJA – $y_t$ |
|---|---|---|
| 2015. | 0 | 26118 |
| 2016. | 1 | 27049 |
| 2017. | 2 | 28148 |
| 2018. | 3 | 32975 |
| 2019. | 4 | 32254 |

*Sistematizacija autorice*

Prvi korak je grafički prikazati zavisnu i nezavisnu varijablu koristeći dijagram rasipanja. Potrebno je označiti stupce sa zavisnom i nezavisnom varijablom, kliknuti na karticu *Umetni/Insert,* odabrati opciju *Raspršeno/Scatter* te kliknuti na potkategoriju bez spojnih linija. Na dobivenom dijagramu, desnim klikom miša na neku od točaka grafa, otvorit će se padajući izbornik, na kojem je potrebno odabrati *Dodavanje crte trenda/Add trendline.* Otvorit će se okvir *Oblikovanje crte trenda/Format Trendline.* Ovdje je potrebno označiti tri opcije, i to: *Linearno/Linear*, *Prikaži jednadžbu na grafu/Display Equation on chart* i *Prikaži R-vrijednost na grafu/Display R-squared value on chart.*

Pripadajuća regresijska jednadžba prikazana je u dijagramu 10:

*Dijagram 10: Regresijski pravac ukupnih bolovanja*




*Sistematizacija autorice*

Kako bi se dobile dodatne informacije o modelu, kao što su npr. Pearsonov koeficijent linearne korelacije, standardna devijacija i sume kvadrata odstupanja, potrebno je koristiti proceduru *Regression*, u opciji *Analiza podataka/Data Analysis*. U dijaloškom okviru *Regression* potrebno je unijeti ćelije promatranih varijabli, označiti opciju *Labels* zbog lakše interpretacije tablice te konačno *Output Range*, kojim će se tablica pozicionirati na željeno mjesto u radnom listu MS Excela.

Navedenom procedurom dobivaju se sljedeći podaci o modelu:

*Slika 5: Procedura Regression za ukupna bolovanja*

| SUMMARY OUTPUT | | |
|---|---|---|
| | | |
| *Regression Statistics* | | |
| Multiple R | 0,924452373 | |
| R Square | 0,854612189 | |
| Adjusted R Square | 0,806149586 | |
| Standard Error | 1370,384666 | |
| Observations | 5 | |
| | | |
| ANOVA | | |
| | *df* | *SS* |
| Regression | 1 | 33116720,4 |
| Residual | 3 | 5633862,4 |
| Total | 4 | 38750582,8 |
| | | |
| | *Coefficients* | *Standard Error* |
| Intercept | 25669,2 | 1061,495398 |
| X Variable 1 | 1819,8 | 433,3536816 |

*Sistematizacija autorice*

Izračunate su sljedeće vrijednosti izraza:

- parametar *a* (X Variable 1; Coefficients) = 1.819,80
- parametar *b* (Intercept; Coefficients) = 25.669,20
- sume kvadrata odstupanja:
  - odstupanja neprotumačena modelom – *SSE* (Residual; SS) = 5.633.862,40
  - odstupanja protumačena modelom – *SSR* (Regression; SS) = 33.116.720,40
  - ukupna odstupanja – *SST* (Total; SS) = 38.750.582,80
- Pearsonov koeficijent linearne korelacije – *r* (Multiple R) = 0,92[6]
- koeficijent determinacije – $R^2$ (R Square) = 0,85
- korigirani koeficijent determinacije $\bar{R}^2$ (Adjusted R Square) = 0,81
- standardna devijacija $\sigma$ (Standard Error) = 1.370,38

Objašnjenje rezultata:

[6] Predznak Pearsonovog koeficijenta linearne korelacije ovisi o predznaku parametra *a*

- Parametar *a* iznosi 1.819,80, što znači da je broj dana bolovanja u promatranom razdoblju prosječno godišnje rastao za 1.819,80 dana.
- Parametar *b* pokazuje regresijsku vrijednost zavisne varijable y na početku promatranog razdoblja. Kako je stvarna vrijednost iznosila 26.118 dana u 2015. godini, regresijska vrijednost od 25.669,20 je za svega 449 dana manja od stvarne vrijednosti, što je prihvatljivo.
- Pearsonov koeficijent linearne korelacije iznosi 0,92 i pokazuje da je korelacija između zavisne i nezavisne varijable jaka i pozitivna. To znači da će sa svakom sljedećom godinom gotovo sigurno doći do povećanja ukupnih bolovanja.
- Koeficijent determinacije pokazuje da je 85 % varijacije zavisne varijable protumačeno linearnim trend-modelom – korigirani koeficijent determinacije ukazuje na 81 %.
- Standardna devijacija iznosi 1.370,38 dana, a predstavlja prosječan broj odstupanja stvarnih vrijednosti zavisne varijable od njezinih regresijskih vrijednosti.

Kako u kartici *Regression* nema podataka o koeficijentu varijacije regresije, odnosno postotku standardne devijacije, koeficijent će se izračunati s pomoću jednadžbe.

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{\hat{\sigma}_{\hat{y}}}{\bar{Y}} \times 100$$

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{1.370,38}{29.308,80} \times 100$$

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = 4,7\ \%$$

Izračunate mjere reprezentativnosti ukazuju da model dobro opisuje zadane podatke.

Tablica 16 prikazuje dane bolovanja duljine do 42 dana za period od 2015. do 2019. godine te transformirane vrijednosti godina – n = 1,2,3,4.

*Tablica 16: Bolovanja duljine do 42 dana*

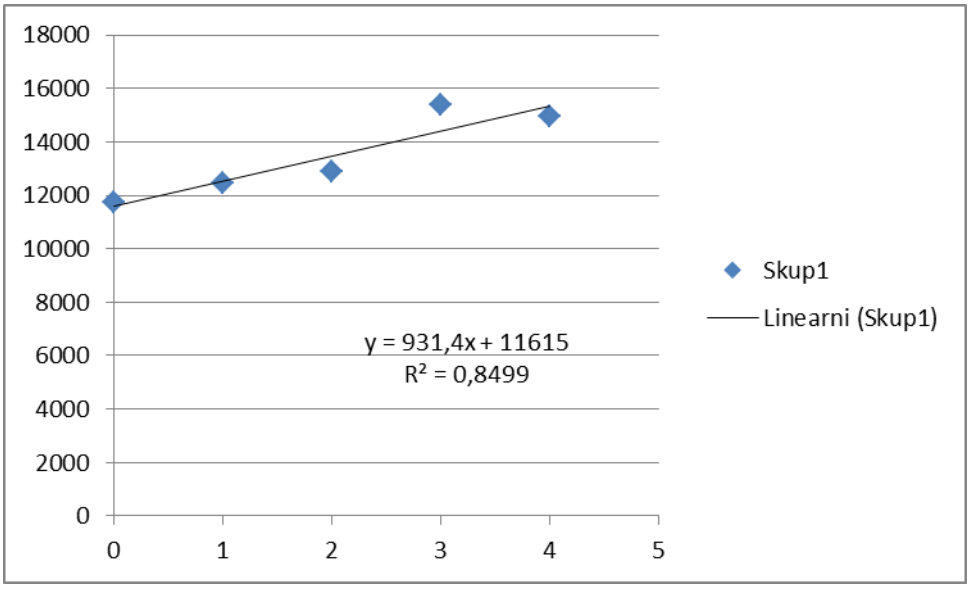
| GODINA | $x_t$ | BOLOVANJA < 42 DANA $y_t$ |
|---|---|---|
| 2015. | 0 | 11753 |
| 2016. | 1 | 12442 |
| 2017. | 2 | 12868 |
| 2018. | 3 | 15392 |
| 2019. | 4 | 14935 |

*Sistematizacija autorice*

Kao i u prethodnim primjerima, nezavisna varijabla x bit će godine, odnosno njihove transformirane vrijednosti, dok će zavisna varijabla y predstavljati broj dana bolovanja.

Sljedeća slika prikazuje dijagram rasipanja uz dodavanje crte trenda i pripadajuće jednadžbe linearnog regresijskog modela.

*Dijagram 11: Regresijski pravac za bolovanja duljine do 42 dana*




*Sistematizacija autorice*

Korištenjem kartice *Regression* dobivene su sljedeće vrijednosti:

*Slika 6: Procedura Regression za bolovanja duljine do 42 dana*

| | | |
|---|---|---|
| SUMMARY OUTPUT | | |
| | | |
| *Regression Statistics* | | |
| Multiple R | 0,921895123 | |
| R Square | 0,849890617 | |
| Adjusted R Square | 0,799854156 | |
| Standard Error | 714,657587 | |
| Observations | 5 | |
| | | |
| ANOVA | | |
| | *df* | *SS* |
| Regression | 1 | 8675059,6 |
| Residual | 3 | 1532206,4 |
| Total | 4 | 10207266 |
| | | |
| | *Coefficients* | *Standard Error* |
| Intercept | 11615,2 | 553,5713865 |
| X Variable 1 | 931,4 | 225,9945722 |

*Sistematizacija autorice*

Izračunate su sljedeće vrijednosti izraza:

- parametar *a* (X Variable 1; Coefficients) = 931,40
- parametar *b* (Intercept; Coefficients) = 11.615,20
- sume kvadrata odstupanja:
  - odstupanja neprotumačena modelom – *SSE* (Residual; SS) = 1.532.206,40
  - odstupanja protumačena modelom – *SSR* (Regression; SS) = 8.675.059,60
  - ukupna odstupanja – *SST* (Total; SS) = 10.207.266
- Pearsonov koeficijent linearne korelacije – *r* (Multiple R) = 0,92
- koeficijent determinacije – $R^2$ (R Square) = 0,85
- korigirani koeficijent determinacije $\bar{R}^2$ (Adjusted R Square) = 0,80
- standardna devijacija $\sigma$ (Standard Error) = 714,66

Objašnjenje rezultata:

- Parametar *a* iznosi 931,40 što znači da sa svakom sljedećom godinom broj dana bolovanja duljine do 42 dana prosječno raste za 931,40 dana.
- Parametar *b* pokazuje regresijsku vrijednost zavisne varijable y na početku promatranog razdoblja koja iznosi 11.615,20. Stvarna vrijednost je iznosila 11.753 dana u 2015. godini pa je regresijska vrijednost za svega 138 dana manja od stvarne vrijednosti.
- Pearsonov koeficijent linearne korelacije iznosi 0,92 i pokazuje da je korelacija između zavisne i nezavisne varijable jaka i pozitivna. To znači da će gotovo sigurno doći do povećanja promatranih bolovanja sa svakom sljedećom godinom.
- Koeficijent determinacije pokazuje da je 85 % varijacije zavisne varijable protumačeno linearnim trend-modelom – kako je riječ o uzorku od svega 5 parova, potrebno je promotriti i korigirani koeficijent determinacije koji ukazuje na 81 % varijacije.
- Standardna devijacija iznosi 714,66 dana i označava prosječan broj odstupanja stvarnih vrijednosti zavisne varijable od njezinih regresijskih vrijednosti.

Koeficijent varijacije standardne devijacije ponovno će se izračunati s pomoću pripadajuće jednadžbe:

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{\hat{\sigma}_{\hat{y}}}{\bar{Y}} \times 100$$

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = \frac{714{,}66}{13.478} \times 100$$

$$\hat{V}_{\hat{Y}} = 5{,}3\ \%$$

Izračunate mjere reprezentativnosti pokazuju da je model dobar te će se njegova funkcija iskoristiti za procjenu dana bolovanja duljine do 42 dana za 2020. i 2021. godinu.

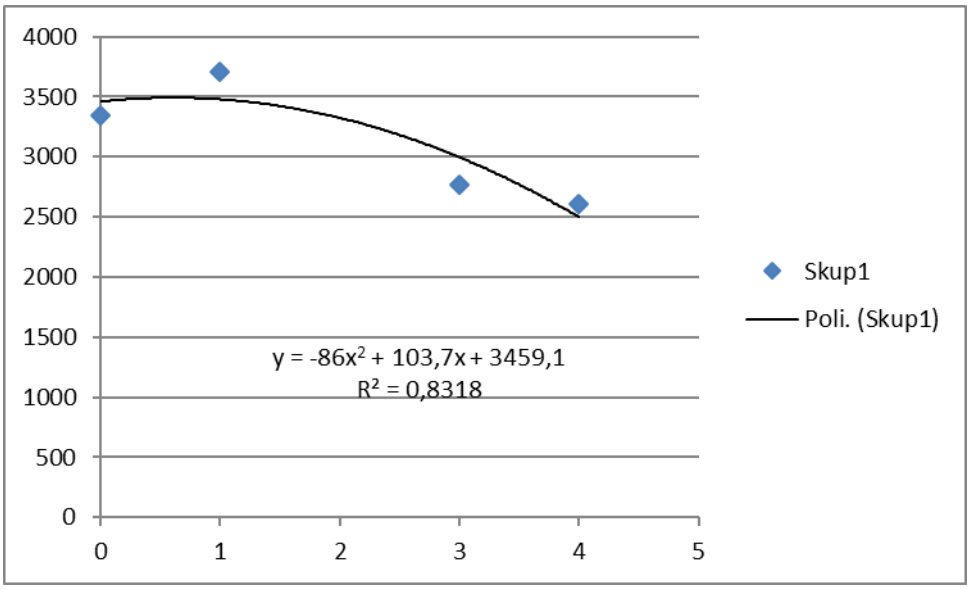
U sljedećim redovima opisat će se koraci za definiranje funkcije polinomnog regresijskog modela u MS Excelu. Koristit će se podaci o neiskorištenim danima godišnjih odmora te iskorištenim slobodnim danima i plaćenim dopustima. Primjenom formula prethodno je dobivena funkcija oblika $\hat{y}_t = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$, stoga istovjetne vrijednosti moraju biti dobivene kroz proceduru *Regression.*

Podaci koji će biti potrebni za izračun nalaze se u tablici 10.

Dijagram raspršenja dobit će se označavanjem stupaca sa zavisnom i nezavisnom varijablom te klikom na karticu *Umetni/Insert*, uz odabir opcije *Raspršeno/Scatter*. Desnim klikom na neku od točaka grafa, otvara se padajući izbornik na kojem treba odabrati *Dodavanje crte trenda/Add trendline*. Otvorit će se okvir *Oblikovanje crte trenda/Format Trendline*, gdje je potrebno označiti tri opcije, i to: *Polinomno/Polynomial, Prikaži jednadžbu na grafikonu/Display Equation on chart i Prikaži R-kvadratnu vrijednost na grafikonu/Display R-squared value on chart.*

Polinomni model s pripadajućim vrijednostima prikazan je na sljedećem dijagramu:

*Dijagram 12: Graf polinomne funkcije za neiskorištene dane godišnjih odmora, iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste*




*Sistematizacija autorice*

Za dobivanje dodatnih podataka o modelu također se koristi dijaloški okvir *Regression*. Za razliku od linearnog modela, ovdje je kao prvi korak potrebno kvadrirati vrijednosti nezavisne varijable x (tablica 17). U dijaloškom okviru *Regression* potrebno je unijeti ćelije promatranih varijabli, i to na način da se za varijablu x označe ćelije koje obuhvaćaju i vrijednosti varijable x i pripadajuće kvadratne vrijednosti. Ostali koraci u okviru kartice *Regression* identični su koracima pri formiranju linearnog trend-modela.

*Tablica 17: Kvadrati vrijednosti nezavisne varijable*

| $x_t$ | ${x_t}^2$ | NEISKORIŠTENI GODIŠNJI ODMORI, SLOBODNI DANI I PLAĆENI DOPUSTI $y_t$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 3345 |
| 1 | 1 | 3705 |
| 3 | 9 | 2768 |
| 4 | 16 | 2612 |
| *8* | *26* | *12430* |

*Sistematizacija autorice*

*Slika 7: Procedura Regression za neiskorištene dane godišnjih odmora, iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste*

| SUMMARY OUTPUT | | |
|---|---|---|
| | | |
| *Regression Statistics* | | |
| Multiple R | 0,912052768 | |
| R Square | 0,831840252 | |
| Adjusted R Square | 0,495520755 | |
| Standard Error | 360,815881 | |
| Observations | 4 | |
| | | |
| ANOVA | | |
| | *df* | *SS* |
| Regression | 2 | 644004,9 |
| Residual | 1 | 130188,1 |
| Total | 3 | 774193 |
| | | |
| | *Coefficients* | *Standard Error* |
| Intercept | 3459,1 | 342,3 |
| X Variable 1 | 103,7 | 494,4333333 |
| X Variable 2 | -86 | 120,2719603 |

*Sistematizacija autorice*

Vidljivo je da su dobivene vrijednosti parametara i pripadajuće mjere reprezentativnosti identične vrijednostima dobivenim kroz odgovarajuće jednadžbe.

# 5. IZRAČUN I POJAŠNJENJE REZULTATA

U konačnici, u sve četiri dobivene funkcije uvrstit će se vrijednosti nezavisne varijable $x_t$. Godine 2020. i 2021. poprimit će vrijednost 5 i 6 te će se izračunati vrijednost $y_t$ za svaki pripadajući $x_t$.

Navedeno će se prvo primijeniti na funkciju za procjenu broja dana iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta:

$$y_t = -1.092{,}50 \times x_t + 28.380$$

$$y_t = -1.092{,}50 \times 5 + 28.380$$
$$y_t = 22.917{,}50 \sim 22.918$$

$$y_t = -1.092{,}50 \times 6 + 28.380$$
$$y_t = 21.825$$

- za 2020. godinu procijenjeno je da će u Sektoru sortiranja Hrvatske pošte d.d. biti iskorišteno 22.918 dana godišnjeg odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta.
- za 2021. godinu procijenjeni broj iskorištenih dana godišnjeg odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta pada te iznosi 21.825.

Kako bi se dobila što točnija procjena potrebnog broja ljudi koji će mijenjati odsutne zaposlenike, potrebno je dobivenim rezultatima pridodati i procijenjene dane ukupnih bolovanja za 2020. i 2021. godinu.

Vrijednosti nezavisne varijable x uvrstit će se u jednadžbu formiranu kroz MS Excel, odnosno proceduru *Regression:*

$$y_t = 1.819{,}80 \times x_t + 25.669$$
$$y_t = 1.819{,}80 \times 5 + 25.669$$
$$y_t = 34.768$$
$$y_t = 1.819{,}80 \times 6 + 25.669$$

$$y_t = 36.587,80 \sim 36.588$$

Procijenjeni dani iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta dodani su procijenjenim danima ukupnih bolovanja:

*Tablica 18: Procijenjeni dani ukupnih bolovanja, iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta*

| | 2020. | 2021. |
|---|---|---|
| PROCJENA BROJA DANA ISKORIŠTENIH GODIŠNJIH ODMORA, PLAĆENIH DOPUSTA I SLOBODNIH DANA | 22918 | 21825 |
| PROCJENA BROJA DANA UKUPNIH BOLOVANJA | 34768 | 36588 |
| *UKUPNO* | 57686 | 58413 |

*Sistematizacija autorice*

Za 2020. godinu bit će potrebno osigurati zamjene za ukupno 57.686 dana izostanaka te u 2021. godini za 58.413 dana. Kada se sume procijenjenih dana podijele s prosječnim brojem radnih dana u mjesecu te s brojem mjeseci u godini, u konačnici će se dobiti procijenjen broj ljudi koje će trebati osigurati za zamjene odsutnih djelatnika:

$$57.686/21/12 = 228,91 \sim 229$$

$$58.413/21/12 = 231,80 \sim 232$$

S obzirom na podatke o stanju rezervi u stalnom radnom odnosu za period od 2015. do 2019. godine (tablica 2), vidljivo je da se stalna rezerva kretala u visini od cca 50 % procijenjenih potrebnih rezervi za 2020. i 2021. godinu. Prema tome, ako se procjene modela pokažu točnim, bit će potrebno osigurati dodatnu radnu snagu bilo kroz mjere zapošljavanja, bilo kroz privremeni ili stalni premještaj iz drugih sektora organizacije.

Preostale dvije funkcije iskoristit će se za izračun novčanih rezervacija, potrebnih za pokrivanje troškova u budućnosti, i to za sve neiskorištene dane godišnjih odmora koji se

prenose u sljedeću godinu, potom za procijenjene iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste te u konačnici za sva bolovanja dužine do 42 dana koja idu na račun poslodavca.

Funkcija za procjenu dana bolovanja duljine do 42 dana glasi:

$$\hat{y}_t = 931{,}4 \times x_t + 11.615$$

Kao i u prethodnim primjerima i ovdje će godina 2020 poprimiti vrijednost 5, a vrijednost 6 pripast će 2021. godini.

$$\hat{y}_t = 931{,}4 \times 5 + 11.615$$
$$\hat{y}_t = 16.272$$

$$\hat{y}_t = 931{,}4 \times 6 + 11.615$$
$$\hat{y}_t = 17.203{,}40 \sim 17.203$$

Procijenjeno je da će 2020. godine broj dana bolovanja duljine do 42 dana iznositi 16.272 dana. U 2021. godini procijenjeni broj raste i iznosi 17.203 dana.

Procjena dana neiskorištenih godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta za 2020. i 2021. godinu izračunat će se iz funkcije:

$$\hat{y}_t = -86x_t^2 + 103{,}7x_t + 3.459{,}1$$

$$\hat{y}_t = -86 \times 5^2 + 103{,}7 \times 5 + 3.459{,}1$$
$$\hat{y}_t = 1.827{,}60 \sim 1.828$$

$$\hat{y}_t = -86 \times 6^2 + 103{,}7 \times 6 + 3.459{,}1$$
$$\hat{y}_t = 985{,}30 \sim 985$$

Za 2020. godinu procijenjeno je 1.828 dana neiskorištenih godišnjih odmora te iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta. Za 2021. godinu procjenjuje se daljnji pad promatranih dana i on iznosi 985.

U tablici 19 prikazana je suma procijenjenih dana bolovanja duljine do 42 dana i dana neiskorištenih godišnjih odmora te iskorištenih plaćenih dopusta i slobodnih dana.

*Tablica 19: Procijenjeni dani neiskorištenih godišnjih odmora, iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta i bolovanja duljine do 42 dana*

| | 2020. | 2021. |
|---|---|---|
| PROCJENA BROJA DANA NEISKORIŠTENIH GODIŠNJIH ODMORA, ISKORIŠTENIH PLAĆENIH DOPUSTA I SLOBODNIH DANA | 1.828 | 985 |
| PROCJENA BROJA DANA BOLOVANJA DULJINE DO 42 DANA | 16.272 | 17.203 |
| *UKUPNO* | 18.100 | 18.188 |

*Sistematizacija autorice*

Budući da su procijenjeni dani za 2020. i 2021. godinu približnih vrijednosti, primjer izračuna visine rezervacija prikazat će se samo za 2020. godinu.

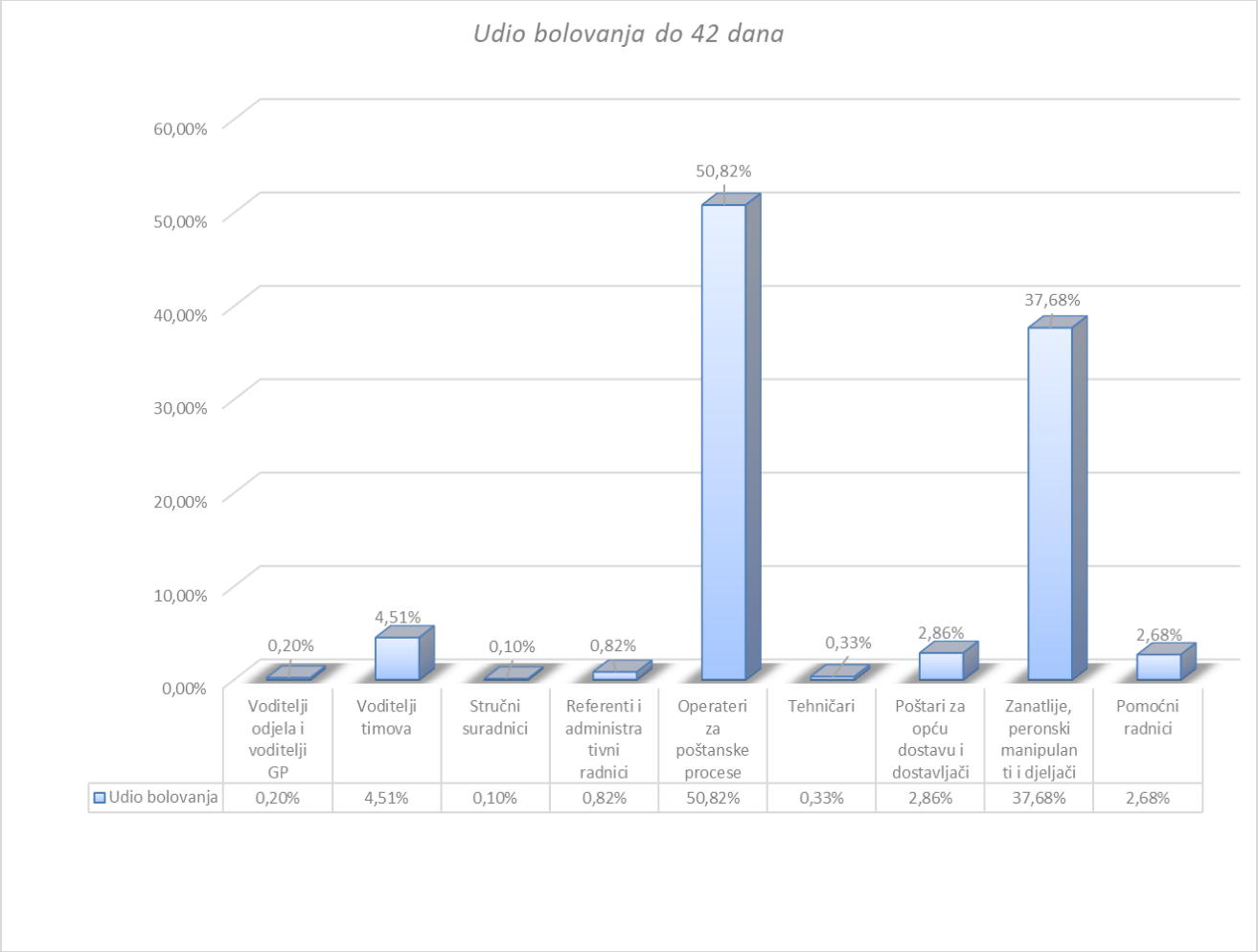
Procijenjeni dani bolovanja s trajanjem do 42 dana te procijenjeni dani neiskorištenih godišnjih odmora, iskorištenih plaćenih dopusta i slobodnih dana raspodijelit će se po radnim mjestima i to prema udjelima dana prema svakom radnom mjestu u 2019. godini. Za svako radno mjesto izračunat će se prosječan bruto iznos koji je potrebno rezervirati za buduće troškove u 2020. godini, na način da se procijenjeni broj sati pomnoži s prosječnom vrijednosti sata.

*Tablica 20: Bolovanja do 42 dana, neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti u 2019. godini*

| 2019. GODINA | | | |
|---|---|---|---|
| RADNO MJESTO | DANI BOLOVANJA DULJINE > 42 DANA | NEISKORIŠTENI DANI GODIŠNJIH ODMORA, ISKORIŠTENI DANI PLAĆENIH DOPUSTA I SLOBODNIH DANA | UKUPNO DANA |
| Voditelji odjela sortiranja i voditelji grupe poslova sortiranja | 30 | 59 | 89 |
| Voditelji timova za razradu pošiljaka | 673 | 162 | 835 |
| Stručni suradnici za poslove sortiranja | 15 | 39 | 54 |
| Referenti za poslove sortiranja i administrativni radnici | 123 | 46 | 169 |
| Operateri za poštanske procese | 7590 | 1223 | 8813 |
| Tehničari za održavanje sustava sortiranja | 49 | 47 | 96 |
| Poštari za opću dostavu i dostavljači | 427 | 33 | 460 |
| Zanatlije, peronski manipulanti i djeljači pošiljaka | 5627 | 968 | 6595 |
| Pomoćni radnici za razradu pošiljaka i opće poslove | 401 | 35 | 436 |

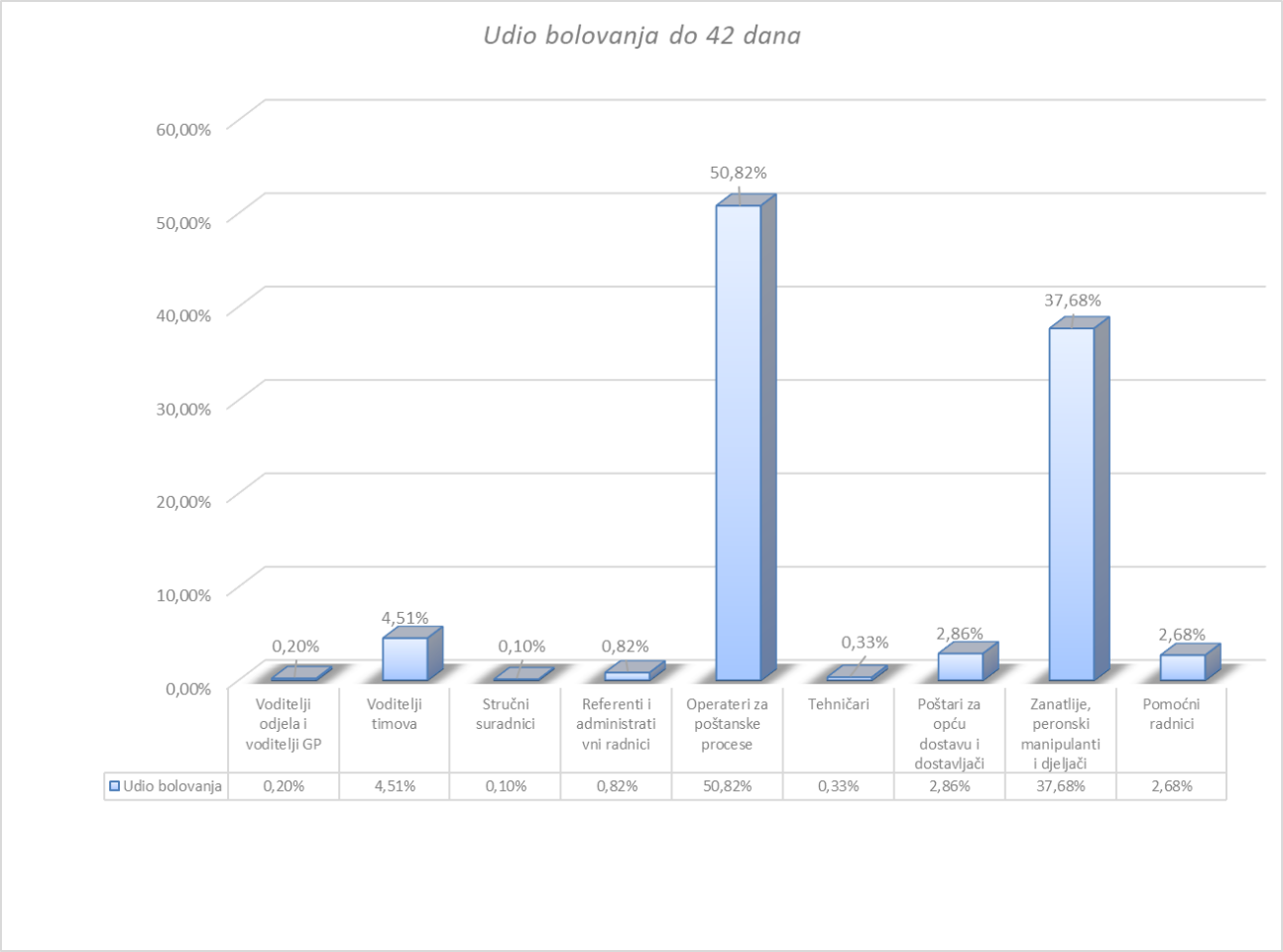
*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 13: Udio bolovanja do 42 dana u 2019. godini*




*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 14: Udio neiskorištenih godišnjih odmora, i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta u 2019. godini*



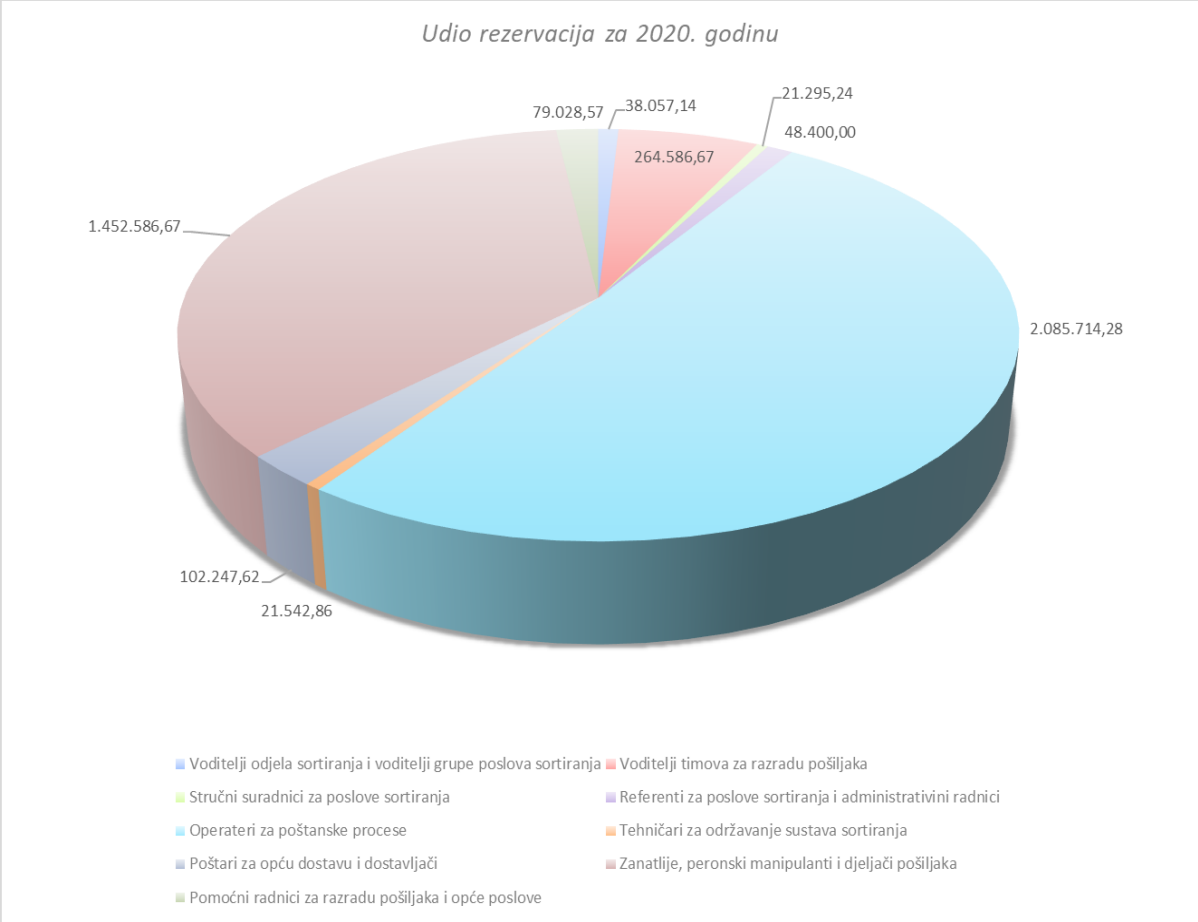

*Sistematizacija autorice*

*Tablica 21: Procjena visine rezervacija za 2020. godinu*

| PROCJENA VISINE REZERVACIJA ZA 2020. GODINU | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | DANI BOLOVANJA DULJINE > 42 DANA | IZNOS | NEISKORIŠTENI DANI GODIŠNJIH ODMORA, ISKORIŠTENI DANI PLAĆENIH DOPUSTA I SLOBODNIH DANA | IZNOS | IZNOS UKUPNO |
| Voditelji odjela sortiranja i voditelji grupe poslova sortiranja | 33 | *16.971,43* | 41 | *21.085,71* | *38.057,14* |
| Voditelji timova za razradu pošiljaka | 734 | *229.287,62* | 113 | *35.299,05* | *264.586,67* |
| Stručni suradnici za poslove sortiranja | 16 | *7.923,81* | 27 | *13.371,43* | *21.295,24* |
| Referenti za poslove sortiranja i administrativni radnici | 133 | *39.013,33* | 32 | *9.386,67* | *48.400,00* |
| Operateri za poštanske procese | 8270 | *1.890.057,14* | 856 | *195.657,14* | *2.085.714,28* |
| Tehničari za održavanje sustava sortiranja | 54 | *13.371,43* | 33 | *8.171,43* | *21.542,86* |
| Poštari za opću dostavu i dostavljači | 465 | *97.428,57* | 23 | *4.819,05* | *102.247,62* |
| Zanatlije, peronski manipulanti i djeljači pošiljaka | 6131 | *1.307.947* | 678 | *144.640,00* | *1.452.586,67* |
| Pomoćni radnici za razradu pošiljaka i opće poslove | 436 | *74.742,86* | 25 | *4.285,71* | *79.028,57* |
| *UKUPNO* | ***16272*** | ***3.676.742,86*** | ***1828*** | ***436.716,19*** | ***4.113.459,05*** |

*Sistematizacija autorice*

*Dijagram 15: Udio rezervacija za 2020. godinu*




*Sistematizacija autorice*

Kako u Sektoru sortiranja najveći udio čine operateri za poštanske procese te zanatlije, peronski manipulanti i djeljači pošiljaka, za njih će se trebati izdvojiti najviši novčani iznosi. U ukupnom iznosu procijenjenih rezervacija za 2020. godinu koji iznosi 4.113.459,05 kuna, 2.085.714,28 kuna odnosi se na operatere za poštanske procese, a 1.452.586,67 kuna pripada peronskim manipulantima, zanatlijama i djeljačima pošiljaka. Ostatak procijenjenog iznosa rezervacija u iznosu od 575.158,10 kuna bit će potrebno rasporediti na druga radna mjesta unutar Sektora sortiranja, i to na radna mjesta voditelja odjela i voditelja grupe poslova sortiranja, potom voditelja timova, referenata i administrativnih radnika te tehničara za održavanje sustava i pomoćnih radnika.

Izračunate visine rezervacija za 2020. godinu gotovo se u potpunosti mogu primijeniti i na 2021. godinu zbog približnih vrijednosti procijenjenih dana bolovanja duljine do 42 dana te neiskorištenih godišnjih odmora i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta.

# ZAKLJUČAK

Svi izostanci koji se mogu planirati za poslovnu organizaciju predstavljaju najpovoljniji oblik izostanaka. Zahvaljujući planiranju, takvi izostanci se mogu budžetirati, osiguravaju se potrebne zamjene za odsutne zaposlenike, a poslovni procesi se prilagođavaju izmijenjenim okolnostima. U planirane izostanke svrstavaju se svi dani na koje zaposlenik ima pravo prema važećem Kolektivnom ugovoru, a to su godišnji odmori, praznici, slobodni dani i plaćeni dopusti, edukacije te različiti redoviti i specijalistički liječnički pregledi.
Bolovanja, s druge strane, pripadaju neplaniranim izostancima jer su nepredvidivog vremena nastanka i trajanja te neizvjesnog ishoda. Izostanci takvih karakteristika znatno pridonose smanjenju učinkovitosti i produktivnosti te imaju veliki utjecaj na organizacijsku kulturu. Jedan od načina suočavanja s bolovanjima jesu mjerenja. Mjerenjima se obuhvaća duljina trajanja bolovanja, učestalost bolovanja te troškovi bolovanja. Načini mjerenja razlikuju se od organizacije do organizacije, ali cilj mjerenja trebao bi svima biti isti – podaci moraju biti točni, a prikupljanje i ažuriranje redovno i brzo kako bi se na vrijeme implementirali potrebni alati za intervenciju i prevenciju bolovanja.

U ovom radu prikazan je jedan od načina planiranja izostanaka, i to sa ciljem definiranja potrebnih zamjena za odsutne zaposlenike, te definiranja rezervacija povezanih s planiranim izostancima. Kao kvalitetan alat za potporu odlučivanju korištena je regresijska metoda koja poduzećima služi za planiranje i predikciju budućih događaja.
S obzirom na navedeno, u ovom radu se pokušalo dati odgovor na četiri istraživačka pitanja:

1. Kako testirati kvalitetu modela (koliko stvarni podaci odstupaju od modela)?
2. Kako koristiti model za procjenu očekivanog broja dana izostanaka u budućem razdoblju (prognostički model)?
3. S obzirom na činjenicu kako povećani broj izostanaka povećava trošak poslovanja poslodavca, kako formirati financijsku pričuvu za očekivanu odsutnost s posla?
4. Može li se formirati motivacijski model plaća zaposlenika kako bi se smanjio broj dana bolovanja, a s ciljem financijske uštede u poslovanju poslodavca?

Kvalitetu modela predstavljaju mjere reprezentativnosti kojima pripada standardna devijacija modela, koeficijent varijacije regresije, koeficijent determinacije, analiza odstupanja stvarnih vrijednosti od očekivanih regresijskih vrijednosti zavisne varijable te Pearsonov koeficijent

linearne korelacije. Dogovorene granice reprezentativnosti daju odgovor na pitanje opisuje li model dobro zadane podatke te može li se sa sigurnošću koristiti u predikciji događaja.

Pri procjeni očekivanog broja dana izostanaka u budućem razdoblju korišten je linearni i polinomni oblik regresijske analize. Kao zavisna varijabla promatrali su se podaci o izostancima iz razdoblja od 2015. do 2019. godine. Nezavisna varijabla bilo je vrijeme te se regresijska analiza u konačnici koristila kao prognostički trend model – promatrale su se promjene izostanaka u vremenu. Uvjet za odabir oblika modela bile su mjere reprezentativnosti – regresijski oblik koji je bolje opisao zadane podatke koristio se u daljnjoj analizi i izračunu.

Za formiranje financijske pričuve bilo je potrebno sve procijenjene dane izostanka dodijeliti definiranim skupinama radnih mjesta. Udio pripadajućih procijenjenih dana dodijeljen je prema udjelu izostanaka iz posljednje godine promatranog razdoblja, a skupine radnih mjesta grupirane su prema približnoj visini plaće. Kao posljednji korak, procijenjeni dani izostanaka pretvoreni su u sate te pomnoženi su s prosječnom vrijednosti sata. Na taj način u konačnici je definiran prosječan bruto iznos koji bi trebalo rezervirati za pokriće procijenjenih dana izostanaka za 2020. i 2021. godinu.

Odgovor na četvrto pitanje pružit će se na primjeru HP-Hrvatske pošte d,d. Hrvatska pošta upotrebljava tri osnovna alata za prevenciju bolovanja, a s ciljem financijske uštede u poslovanju. Prvi i osnovni alat za upravljanje izostancima je neformalni razgovor sa zaposlenikom kojim se mogu spriječiti neželjene aktivnosti i mogući nesporazumi. Putem razgovora neposredni rukovoditelj nastoji doznati više o psihofizičkom stanju zaposlenika, općem zadovoljstvu, planovima i obiteljskim okolnostima, a sve s ciljem predviđanja mogućih izostanaka i sprječavanja izostanka, ako je to moguće. Drugi alat je prijava bolovanja putem obrasca, kada razgovorom nije postignut očekivani rezultat, a postoji sumnja na zlouporabu bolovanja. Tada se na zahtjev neposrednog rukovoditelja od HZZO-a traži kontrola opravdanosti bolovanja. Treći alat je razgovor s izvršnim direktorom, kada razgovor između neposrednog rukovoditelja i zaposlenika nije donio očekivani rezultat, kontrolom bolovanja je utvrđeno da je bolovanje bilo opravdano, a rukovoditelj i dalje sumnja na opravdanost bolovanja. Obavlja se nakon povratka zaposlenika na posao, čime se nastoji utvrditi razlog bolovanja i obrazac po kojem radnik izostaje s posla, ako je to učestalo. Nastoji se opovrgnuti ili potvrditi opravdanost sumnje na zloupotrebu bolovanja, uz poduzimanje odgovarajućih mjera ako je do zlouporabe zaista došlo.

U ostale alate ubrajaju se bonusi na plaću kao nagrada za neprekinuti rad, napredna zdravstvena skrb, gdje se na trošak poslodavca zaposlenik upućuje na sistematske i

specijalističke preglede, potom odgovarajuća reintegracija zaposlenika koji su se nakon dugih bolovanja vratili na posao te planiranje bolovanja, kao i svih drugih oblika izostanaka kroz odgovarajuće modele, a s ciljem što točnijeg predviđanja izostanaka i visine troškova povezanih s njima.

U konačnici, može se potvrditi hipoteza da se matematičkim modeliranjem mogu dobiti trendovi u kretanju broja dana u HP-Hrvatskoj pošti d.d. Regresijska analiza pri tome predstavlja jedan od modela koji mogu služiti kao odgovarajuća potpora u odlučivanju. Međutim, uspješnost modela uvijek prvenstveno ovisi o kvaliteti i količini ulaznih podataka – u radu je jasno prikazano kako manjak podataka može nepovoljno utjecati na kvalitetu predviđanja. Također, treba imati na umu da su predviđanja budućnosti koja podrazumijevaju ljude i njihova ponašanja u praksi vrlo teška, čak i nemoguća bez pretpostavke da će se čovjek ponašati predvidljivo i racionalno. Kako je ljudsko ponašanje često nepredvidivo, a svijet složeniji nego što volimo misliti, linearni modeli su rijetka pojava u današnjem složenom društvu. Čak i ako neki dijelovi jesu linearni, često je to samo jedan segment cijelog niza.
Bez obzira na navedeno, modeliranje jest i bit će okosnica kvalitetnog odlučivanja, ali treba biti svjestan nepredvidljivosti svijeta i mogućnosti pogreške u predviđanju. Svijet je prepun događaja koji nisu bili dio nikakvih modela, jer u prošlosti nije bilo nikakvih naznaka da će se dogoditi, a kada su se dogodili, imali su ekstremne učinke na poduzeća pa i na društvo u cjelini. Primjer toga je pandemija bolesti COVID-19 i potresa koji je zadesio Zagreb.
Sve nas to podsjeća da ne postoji savršeno predviđanje, već da moramo biti spremni na sve ishode, oprezni u predviđanju i skromni u procjenjivanju vlastitih mogućnosti.

# LITERATURA

## KNJIGE

Bahovec, V., Erjavec, N. (2009), Uvod u ekonometrijsku analizu, Zagreb, Element

Chiang, A.C. (1996), Osnovne metode matematičke ekonomije, Zagreb, Mate

De La Fuente A. (2000), Mathematical Methods and Models for Economists, Cambridge, Cambridge University Press

Martić, Lj. (1971), Primjena matematičkih metoda u ekonomskoj analizi: zbirka zadataka, Zagreb, Informator

Međunarodni standardi financijskog izvještavanja (2011), urednica Rakijaš Jasminka, Zagreb: Teb – poslovno savjetovanje d.o.o.

Papić, M. (2014), Primijenjena statistika u MS Excelu, 5. izdanje, Zagreb: Zoro d.o.o.

Vater, H. (2014), MSFI za kontrolere i menadžere, Zagreb: Kontroling Kognosko d.o.o.

Zakon o radu (NN 93/14, 127/17) (2019), Zagreb: Narodne novine

## ČASOPISI

Cindori, V. (2004), Rezerviranja kao specifične obveze i rashodi, Revizija: časopis za revizijsku teoriju i praksu, 4/2004, str. 13-46

Gospodinović, A. (2004), Rezerviranja, nepredviđene obveze i nepredviđena imovina, Revizija: časopis za revizijsku teoriju i praksu, 3/2004, str. 155-164.

## INTERNETSKE STRANICE

Aktuari.hr, Kodeks ponašanja hrvatskog aktuarskog društva, https://aktuari.hr/datoteke/documents/HAD-kodeks-2008.pdf, pristup 02.11.2019.

Hanfa.hr, Međunarodni računovodstveni standardi i Međunarodni standardi financijskog izvještavanja, https://www.hanfa.hr/getfile/39377/Me%C4%91unarodni%20ra%C4%8Dunovodstveni%20standardi%20i%20Me%C4%91unarodni%20standardi%20financijskog.pdf, pristup 07.10.2019.

Hanfa.hr, Tko je aktuar i koje poslove može obavljati? https://www.hanfa.hr/getfile.ashx/?fileId=39378, pristup 02.11.2019.

Institut za interne kontrole; Sedam alata za kontrolu kvalitete, https://institutzainternekontrole.wordpress.com/2015/01/28/sedam-alata-za-kontrolu-kvalitete-qc-6-dio-dijagram-rasprsenosti-scatter-diagram/, pristup 21.01.2020.

Isplate.info, Bolovanje na teret poduzeća/poslodavca, https://www.hzzo.hr/obvezno-osiguranje/naknada-place-za-vrijeme-bolovanja/, pristup 15.10.2019.

Korelacijska i regresijska analiza – Veleri https://www.veleri.hr/files/datotekep/nastavni_materijali/k_poduzetnistvo_s1/Kvantitativne_za_poduzetnike_Pr2_Izv.pdf, pristup 02.11.2019.

Metode opisivanja skupa podataka, Prehrambeno-tehnološki fakultet, http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/Vjezbe/materijali_2.pdf , pristup 12.02.2020.

Narodne novine, (2008), Hrvatski standardi financijskog izvještavanja, https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2008_03_30_992.html, pristup 15.10.2019.

Narodne novine, (2009), Međunarodni standardi financijskog izvještavanja https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/dodatni/404789.pdf, pristup 13.10.2019.

O nama – Hrvatska pošta – Webshop, https://www.epostshop.hr/o-nama, pristup 07.06.2020.

Računovodstvo i financije, Rezerviranja za troškove zaposlenika – računovodstveni i porezni aspekt, http://rif.hr/e-izdanje/rif/38/, pristup 11.10.2019.

Regresijska analiza, http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/Vjezbe/materijali_7.pdf, pristup 02.11.2019.

Regresijska analiza – kvantitativne metode, http://km.com.hr/wp-content/uploads/2018/04/11.-Regresijska-analiza.pdf, pristup 02.11.2019.

Zakon.hr, Zakon o računovodstvu https://www.zakon.hr/z/118/Zakon-o-ra%C4%8Dunovodstvu, pristup 12.10.2019.

Zakon.hr, Zakon o radu, https://www.zakon.hr/z/307/Zakon-o-radu, pristup 15.10.2019.

Završni rad; Zaposlenost u poslovnim subjektima: regresijski model https://repozitorij.vup.hr/islandora/object/vup%3A569/datastream/PDF/view, pristup 21.01.2020.

DRUGO

Interni dokumenti HP-Hrvatske pošte d.d.

Interni materijali s predavanja iz kolegija *Kvantitativne metode odlučivanja u poslovnoj praksi*

POPIS TABLICA

*Tablica 1: Intenzitet povezanosti među varijablama*

*Tablica 2: Stanje kadra u periodu od 2015. do 2019. godine*

*Tablica 3: Podaci o izostancima za period od 2015. do 2019. godine*

*Tablica 4: Iskorišteni godišnji odmori, slobodni dani i plaćeni dopusti*

*Tablica 5: Međuvrijednosti linearnog regresijskog modela*

*Tablica 6: Regresijske vrijednosti linearnog modela*

*Tablica 7: Suma kvadrata odstupanja linearnog regresijskog modela*

*Tablica 8: Međuvrijednosti linearnog regresijskog modela (1)*

*Tablica 9: Neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti*

*Tablica 10: Neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti (1)*

*Tablica 11: Međuvrijednosti polinomnog regresijskog modela*

*Tablica 12: Regresijske vrijednosti polinomnog modela*

*Tablica 13: Suma kvadrata odstupanja polinomnog regresijskog modela*

*Tablica 14: Ukupna suma odstupanja (SST) i protumačeni dio odstupanja (SSR) polinomnog regresijskog modela*

*Tablica 15: Ukupna bolovanja*

*Tablica 16: Bolovanja duljine do 42 dana*

*Tablica 17: Kvadrati vrijednosti nezavisne varijable*

*Tablica 18: Procijenjeni dani ukupnih bolovanja, iskorištenih godišnjih odmora, slobodnih dana i plaćenih dopusta*

*Tablica 19: Procijenjeni dani neiskorištenih godišnjih odmora, iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta i bolovanja duljine do 42 dana*

*Tablica 20: Bolovanja do 42 dana, neiskorišteni godišnji odmori, iskorišteni slobodni dani i plaćeni dopusti u 2019. godini*

*Tablica 21: Procjena visine rezervacija za 2020. godinu*

# POPIS SLIKA

*Slika 1: Pravac linearne regresije*

*Slika 2: Prikaz pojedinačnih komponenti odstupanja*

*Slika 3: Polinomna regresija drugog stupnja*

*Slika 4: Graf kvadratne funkcije vrijednosti parametara a<0, b>0*

*Slika 5: Procedura Regression za ukupna bolovanja*

*Slika 6: Procedura Regression za bolovanja duljine do 42 dana*

*Slika 7: Procedura Regression za neiskorištene dane godišnjih odmora, iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste*

# POPIS DIJAGRAMA

*Dijagram 1: Pozitivna deterministička veza*

*Dijagram 2: Pozitivna statistička veza*

*Dijagram 3: Negativna deterministička veza*

*Dijagram 4: Negativna statistička veza*

*Dijagram 5: Pozitivna determinsitčka krivolinijska veza*

*Dijagram 6: Pozitivna statistička krivolinijska veza*

*Dijagram 7: Ne postoji veza između pojava*

*Dijagram 8: Stršeća vrijednost*

*Dijagram 9: Linearni i polinomni model bez stršeće vrijednosti*

*Dijagram 10: Regresijski pravac ukupnih bolovanja*

*Dijagram 11: Regresijski pravac za bolovanja duljine do 42 dana*

*Dijagram 12: Graf polinomne funkcije za neiskorištene dane godišnjih odmora, iskorištene slobodne dane i plaćene dopuste*

*Dijagram 13: Udio bolovanja do 42 dana u 2019. godini*

*Dijagram 14: Udio neiskorištenih godišnjih odmora, i iskorištenih slobodnih dana i plaćenih dopusta u 2019. godini*

*Dijagram 15: Udio rezervacija za 2020. godinu*

ŽIVOTOPIS

# Europass Životopis

## Osobni podaci

| | |
|---|---|
| Prezime / Ime | **Telebar Ivana** |
| Adresa(e) | Krasnjanska 31, 10360 Sesvete |
| Telefonski broj(evi) | Broj mobilnog telefona: 095/9020-734 |
| Broj(evi) faksa | |
| E-mail | ivana.telebar@gmail.com |
| Državljanstvo | hrvatsko |
| Datum rođenja | 12.01.1983. |
| Spol | žensko |

## Radno iskustvo

| | |
|---|---|
| Datumi | 02.2020. – |
| Zanimanje ili radno mjesto | Referent za upravljanje digitalnim uslugama |
| Glavni poslovi i odgovornosti | Razvoj projektnih ideja za nove digitalne usluge; suradnja i komunikacija s ključnim kupcima; izrada dnevnih, tjednih i mjesečnih izvještaja |
| Ime i adresa poslodavca | HP-Hrvatska pošta d.d., Jurišićeva 13, 10000 Zagreb |
| Vrsta djelatnosti ili sektor | Poštanske usluge |

## Obrazovanje i osposobljavanje

| | |
|---|---|
| Datumi | 2014.-2017. |
| Naziv dodijeljene kvalifikacije | Stručna prvostupnica ekonomije |
| Glavni predmeti / stečene profesionalne vještine | |
| Ime i vrsta organizacije pružatelja obrazovanja i osposobljavanja | Libertas međunarodno sveučilište, Trg John F. Kennedyja 6b, Zagreb |

## Osobne vještine i kompetencije

| | |
|---|---|
| Materinski jezik(ci) | hrvatski |
| Drugi jezik(ci) | engleski |

| Samoprocjena | Razumijevanje | | Govor | | Pisanje |
|---|---|---|---|---|---|
| *Europska razina (*)* | Slušanje | Čitanje | Govorna interakcija | Govorna produkcija | |
| **Jezik** | B2 | B2 | B1 | B1 | B1 |
| **Jezik** | | | | | |

*(*) Zajednički europski referentni okvir za jezike*

| | |
|---|---|
| Računalne vještine i kompetencije | MS Office, MS Visio, MS Project |
| Vozačka dozvola | B kategorija |